

حل المعادلات بطريقة حل المشكلات

:

-1

-2

-3

-4

-5

-6

-7

-8

-9

- () :

:

-

-

()

()

-1

-2

.()

-4

:(1)

: 2

)

(

-3

:

:

() :

-1

() : -2

() -3

-4

() -5

-6

-7

-1

_____ : -2

-1

-2

-3

-4

-5

:

:

()

:

-

)

.(....

_____ -
:

_____ -
:

_____ -
:

:

-1

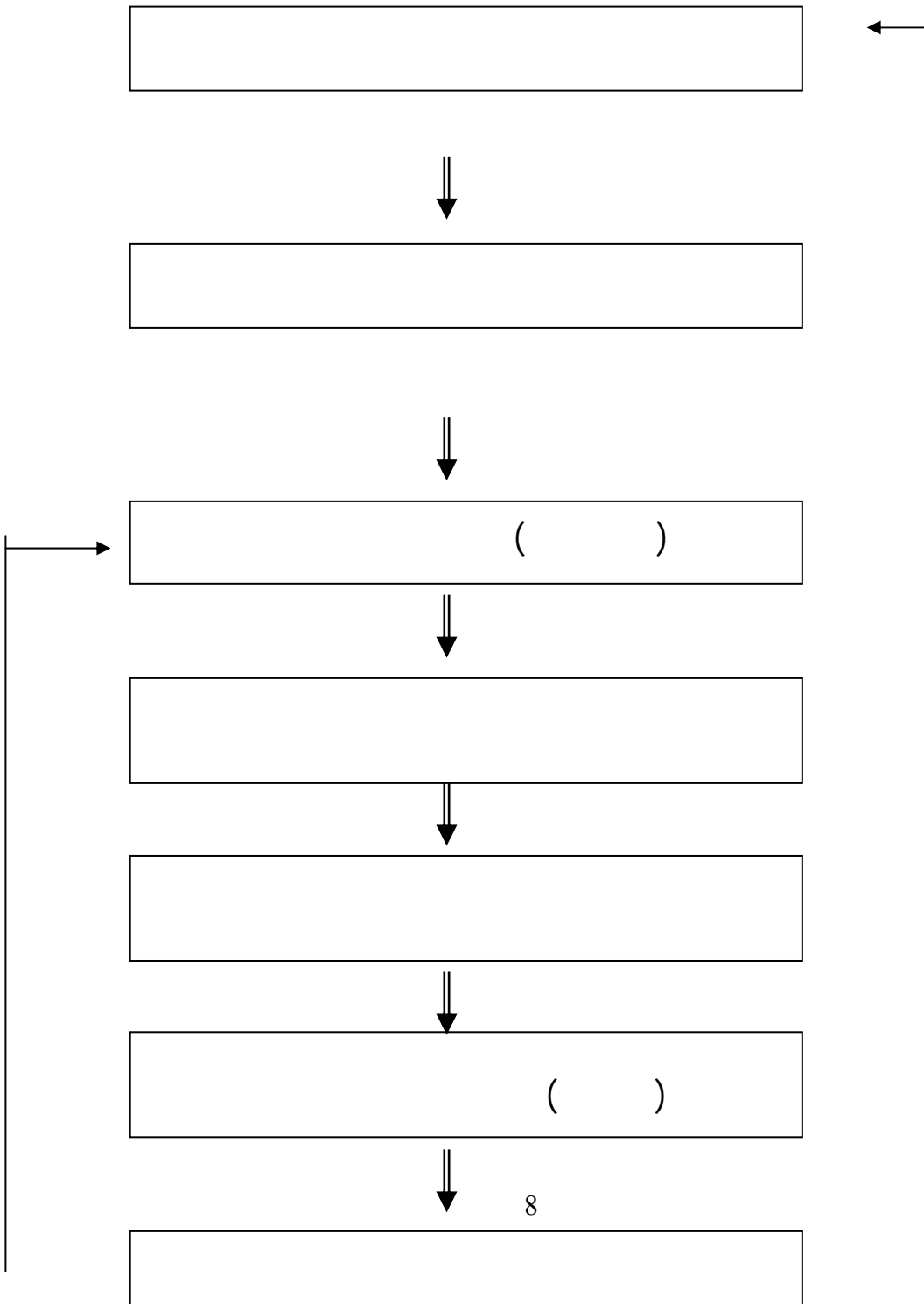
-2

-3

_____ -
:

- 1

-2



.....)

()

G.BACHELARD .

-1

()

-2

.()

-3

.()

-4

. ()

-5

:

:

:

:

:

- 1

- 2

- 3

- 4

- 5

:

-

(1)

-

:

(2)

58 :

19

.

.

.

:

:

.

.

.

:

:

.

.

:

.

:

.

(1)

:

$$a + x = b \quad , \quad a - x = b \quad , \quad a \times x = b$$

x

a b

30

3

: (2)

3

_____ - - - - -

30

$$x = b - a$$

$$= 3 -$$

$$27 = 3 - 30$$

:

20 m

ABCD

:

3 m

:

:

: + + +

$$x + 3 + x + 3 = 20$$

$$2x + 6 = 20$$

$$2x = 20 - 6$$

$$x = \frac{14}{2}$$

$$x = 7$$

:

- 1

$$21 + t = 50 \quad (1^*)$$

$$t = 50 - 21$$

$$12 - x = 8 \quad (2^*)$$

$$12 - b = 24 \quad (3^*)$$

$$b = \frac{12}{24}$$

$$50 a = 200 \quad (4^*)$$

$$a = 4$$

(3) (2) (1) : -2

3	2	1	
$\frac{31.6}{4.3}$	31.6-4.3	31.6+4.3	4.3 + x = 31.6 : -1
$\frac{80}{31.5}$	80+31.5	80-31.5	80- x =31.5 : -2
64.8+3	64.8-3	$\frac{64.8}{3}$	3 x x =64.8 : -3
8	16	21	B = (3 x a)+b : -4 a = 4.5 b = 2.5 B

$$: \quad x \quad -3$$

$$x + 14 = 12$$

$$x - 24 = 12$$

$$7 \times x = 28$$

$$5 \times x + 3 = 33$$

$$x : 4 = 37$$

$$x : 5 = 24$$

26.4

30.6

255

-4

x

$$26.4 \qquad 30.6 \qquad 155 \qquad - 5$$

x

$$30.6 \qquad 98 \qquad - 6$$

$$x \qquad 26.4$$

: _____

: _____

$$32$$

$$65$$

$$2310 \text{ kg}$$

:

:

:

$$33 = 32 - 65$$

$$33$$

$$2310 \text{ kg}$$

$$70 \text{ kg} = 33 : 2310$$

:

$$2840 - 4550 = (33 \times 70) - (65 \times 70)$$

$$. 2310 = (33 \times 70) - (65 \times 70)$$

:

:

:

x

.

x

$$(x \times 65) - (x \times 32) = 2310$$

$$65 x - 32 x = 2310$$

$$33 x = 2310$$

:

x

. 33

2310

$$x = 2310 : 33 :$$

$$x = 70$$

. 70 kg

:

:

. x

: (1)

$$33 x = 2310 :$$

$$2310 *$$

$$x *$$

$$70 *$$

(2)

x

x

x

$$65 x - 32 x = 2310 :$$

$$x = 70$$

x

70

. : - 1

. x

: - 2

: - 3

: - 4

- -

$$(a = b) \Rightarrow (a + n = b + n)$$

$$(a = b) \Rightarrow (a n = b n)$$

- 1

.

$$: \quad b \quad a : \quad - 2$$

$$(a \geq n \quad a = b) \Rightarrow (a - n = b - n)$$

- 3

.

$$(n \neq 0 \quad n a = n b) \Rightarrow a = b \quad :$$

- 4

.

.

- 5

.

- 6

:

$$(a = b) \Rightarrow (n a = n b)$$

.

.

.

: (1)

$$\frac{2x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} + 2 \quad (1)$$

. ($2x$ $\frac{1}{2}$ $\frac{x}{6}$ 2) :

: (1) 6

$$\frac{4x}{3} - \frac{3}{6} = \frac{x}{6} + \frac{12}{6}$$

: 6

$$4x - 3 = x + 12 \quad (2)$$

. (2) (1)

:

$$(a = b) \Rightarrow (a + n = b + n)$$

$$(a \geq n \quad a = b) \Rightarrow (a - n = b - n)$$

(2) 3 : (2)

:

$$4x = x + 15 \quad (3)$$

(2) (3)

(3) x

:

$$3x = 15 \quad (4)$$

$$(3) \quad (4)$$

$$(3) \quad : \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4x = x + 12 + 3 \quad 4x = x + 15$$

3

$$(3) :$$

$$4x = x + 15$$

:

$$4x - x = 3x - 15$$

x

:

-

$$(n \neq 0 \quad na = nb) \Rightarrow (a = b)$$

. x

-

-

$$(4) :$$

$$3x = 15$$

$$x = 5 :$$

(1) :

$$\frac{2x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} + 2$$

(1) 5

: 5 x

$$\frac{10}{3} - \frac{1}{2} = \frac{20}{6} - \frac{3}{6}$$

$$\frac{10}{3} - \frac{1}{2} = \frac{17}{6}$$

:

$$\frac{5}{6} + 2 = \frac{5}{6} + \frac{12}{6}$$

$$\frac{5}{6} + 2 = \frac{17}{6}$$

(1) 5

:

-1

. x

-2

-3

:

24

7

-1

-

-

-

55

43

-2

-

-

-

500 g

-3

x

. 4.25 g

-

-

15 DA

8

-4

20 DA

6

100000

.1954

-5

. 40cm 50 cm

-1

-2

-3

. 2.5 cm

-6

. 17.5 cm

-

-

. 22

10 -7

:

$$10 - x = 22 \quad -$$

$$10 + x = 22 \quad -$$

$$x + 22 = 10 \quad -$$

-8

:

:

.

-

-

.

.

:

.

-

-

$$15.6 + x = 74.2 \quad :$$

-

⋮

·

⋮

$$\frac{4285}{1000} \quad \frac{27}{100} \quad \frac{3}{10} \quad \vdots \quad \vdots$$

·

$$\frac{3}{25} \quad \frac{1}{2} \quad \vdots$$

$$\frac{12}{100} \quad \frac{5}{10}$$

⋮

.1

⋮

⋮

$$\dots \quad \frac{1}{100000} \quad \frac{1}{10000} \quad \frac{1}{1000} \quad \frac{1}{100} \quad \frac{1}{10}$$

⋮

⋮

$$\frac{1}{10} = 10 \times \frac{1}{100} \quad 1 = 10 \times \frac{1}{10} \quad \vdots$$

⋮

$$\frac{1}{100} = 10 \times \frac{1}{1000}$$

.1

...

10

⋮

.

⋮

$$\frac{34578}{1000}$$

$$\frac{34578}{1000} = \frac{30000 + 4000 + 500 + 70 + 8}{1000}$$

$$\frac{34578}{1000} = \frac{30000}{1000} + \frac{4000}{1000} + \frac{500}{1000} + \frac{70}{1000} + \frac{8}{1000}$$

$$= 30 + 4 + \frac{5}{10} + \frac{70}{100} + \frac{8}{1000}$$

ملاحظة: نتأكد من التعميم.

(')

.

$$\frac{34578}{1000} : \quad \mathbf{34.578}$$

$$\cdot \quad \mathbf{34.578}$$

$$- \quad \underline{\quad} : \underline{\quad}$$

10

10

$$: \underline{\quad}$$

$$\frac{535}{10} = \mathbf{53.5} \qquad \frac{52}{1000} = \mathbf{0.052} :$$

$$: \quad \mathbf{34.075} \quad \cdot$$

$$\mathbf{34.075} = \mathbf{34} + \frac{0}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1000}$$

$$\mathbf{34.075} = \frac{34000}{1000} + \frac{0}{1000} + \frac{7}{1000} + \frac{5}{1000}$$

$$\mathbf{34.075} = \frac{34000 + 0 + 70 + 5}{1000} = \frac{34075}{1000}$$

$$= 9.566$$

$$\begin{array}{r} 2.345 \\ + 6.800 \\ + 0.420 \\ \hline = 9.565 \end{array}$$

:

$$35.4 \quad 24.72$$

$$= 35.4 - 24.72 \quad :$$

$$= \frac{354}{10} - \frac{2472}{100}$$

100

$$= \frac{3540}{100} - \frac{2472}{100}$$

$$= \frac{3540 - 2472}{100}$$

$$= \frac{1068}{100}$$

$$= \mathbf{10.68}$$

$$\begin{array}{r} 35.40 \\ - 24.72 \\ \hline = 10.68 \end{array}$$

⋮ _____

$$6.85 \quad 3.7 :$$

$$= 6.85 \times 3.7 \quad :$$

$$\frac{685}{100} \times \frac{37}{10} = \frac{25345}{1000}$$

$$= \frac{25345}{1000}$$

$$= 25.345$$

:

$$\begin{array}{r} 6.85 \\ \times 3.7 \\ \hline 4795 \\ 2055 \\ \hline 25.345 \end{array}$$

.

: _____

: -

$$0.857 \times 10 = 8.57$$

$$0.857 \times 100 = 85.7$$

$$0.857 \times 1000 = 857$$

..... 1000 100 10

...

.

: -

$$345 \times 0.1 = 34.5$$

$$345 \times 0.01 = 3.45$$

$$345 \times 0.001 = 0.345$$

0.001 0.01 0.1

...

.

⋮ _____

.

. - -

⋮

⋮ _____

.

.

20.3×0.05	1.015	100.15	1000.15	0.01015
0.006×28	0.0168	1.68	1.248	0.168
0.9×72	0.697	64.8	65.7	7.28
0.04×125	0.05	5	0.5	500
241×5.7	133.7	1373.7	13773.7	256.7

:_____

-1

-2

-3

-

-

-

: _____

.

388×1.03	38.04	385.24	399.64	3399.64	
60.32×0.83	50.0656	70.0656	4.8656	48.966	

: _____

- 1

.

- 2

.

:

1

⋮ _____

. **0.67**

15.4

$$= \mathbf{15.4 : 0.67}$$

$$= \frac{154}{10} : \frac{67}{100}$$

$$= \frac{154}{10} \times \frac{100}{67}$$

$$= \frac{1540}{67} .$$

⋮

$$\frac{134}{335}$$

3.35

1.34

$$: \frac{2}{5}$$

$$\frac{134}{335} = \frac{2}{5} \times \frac{67}{67}$$

$$\frac{2}{5} =$$

$$\mathbf{0.4} : \frac{4}{10} :$$

: -

$$\mathbf{343} : \mathbf{10} = \mathbf{34.3}$$

$$\mathbf{343} : \mathbf{100} = \mathbf{3.43}$$

$$343 : 1000 = 0.343$$

$$\dots \quad 1000 \quad 100 \quad 10$$

...

: -

$$0.283 : 0.1 = 2.83$$

$$0.283 : 0.01 = 28.3$$

$$0.283 : 0.001 = 283$$

$$\dots \quad 0.001 \quad 0.01 \quad 0.1 :$$

...

.

: _____

: :

58.25 cm

1 cm

. 0.01 . 9 58.25 cm

5825 cm

647 : . 9

6.47 cm 647 cm

$9 \times 6.48 > 58.25 \geq 6.47 \times 9$

: _____

. 0.001 0.01 0.1

⋮

.

.

:

0.01

6.23

55.8341 :

. 6.23

5583.41

. 0.5

0.5

-

$$0.5 = \frac{5}{10} \quad :$$

$$0.5 = \frac{1}{2}$$

$$. 2 \quad \frac{1}{2} \quad 0.5$$

$$\frac{34}{2} = 0.5 \times 34 \quad : \underline{\quad}$$

$$17 = 0.5 \times 34$$

$$. 2 \quad \frac{1}{2} \quad 0.5$$

$$2 \times 74 = 0.5 : 74 \quad : \underline{\quad}$$

$$148 = 0.5 : 74$$

$$0.25 \quad 0.25 \quad -$$

$$0.25 = \frac{25}{100} \quad :$$

$$0.25 = \frac{1}{4}$$

$$.4 \quad \frac{1}{4} \quad 0.25$$

:___

$$48 \times 0.25 = \frac{48}{4}$$

$$12 = \frac{48}{4}$$

$$.4 \quad \frac{1}{4} \quad .0.25$$

$$36 : 0.25 = 36 \times 4 \quad : \underline{\quad}$$

$$144 = 36 \times 4$$

$$0.125 \quad 0.125 \quad -$$

$$0.125 = \frac{125}{1000} \quad :$$

$$\frac{1}{8} = \frac{125}{1000}$$

$$\cdot 8 \qquad \frac{1}{8} \qquad \mathbf{0.125}$$

: ____

$$\mathbf{136} \times \mathbf{0.125} = \frac{\mathbf{136}}{\mathbf{8}}$$

$$\mathbf{17} = \frac{\mathbf{136}}{\mathbf{8}}$$

$$\cdot 8 \qquad \frac{1}{8} \qquad \mathbf{0.125}$$

$$\mathbf{75} : \mathbf{0.125} = \mathbf{75} \times \mathbf{8} \quad : ___$$

$$\mathbf{600} = \mathbf{75} : \mathbf{0.125}$$

$$\mathbf{0.75} \qquad \mathbf{0.75} \qquad -$$

$$\mathbf{0.75} = \frac{\mathbf{75}}{\mathbf{100}} \quad :$$

$$0.75 = \frac{3}{4}$$

$$\cdot \frac{3}{4} \quad 0.75$$

$$76 \times 0.75 = 76 \times \frac{3}{4} \quad : \underline{\quad}$$

$$57 = 76 \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{3} \quad \frac{3}{4} \quad 0.75$$

$$117 : 0.75 = 117 \times \frac{4}{3} \quad \underline{\quad}$$

$$156 = 117 \times \frac{4}{3}$$

: _____ -

$$0.25 \times 38$$

$$0.5 \times 93$$

$$0.5 \times 86 \quad -1$$

$$0.25 \times 31$$

$$0.25 \times 42$$

$$250 \times 3.6$$

$$25 \times 0.48$$

$$0.75 \times 32 \quad -2$$

$$611 \times 0.05$$

$$2.5 \times 0.65$$

$$0.5 : 85$$

$$0.5 : 53$$

$$0.5 : 75 \quad -3$$

$$0.05 : 18$$

$$7.5 : 48$$

$$0.75 : 69$$

$$0.75 : 60 \quad -4$$

$$2.5 : 180$$

$$0.25 : 19$$

$$0.125 : 34$$

$$0.125 : 11$$

$$2.5 : 5.48 \quad -5$$

$$1.25 : 8000$$

$$12.5 : 4500$$

.

-

$$\frac{5}{1000}$$

$$\frac{375}{1000}$$

$$\frac{125}{100}$$

$$\frac{36}{100}$$

$$\frac{6}{25}$$

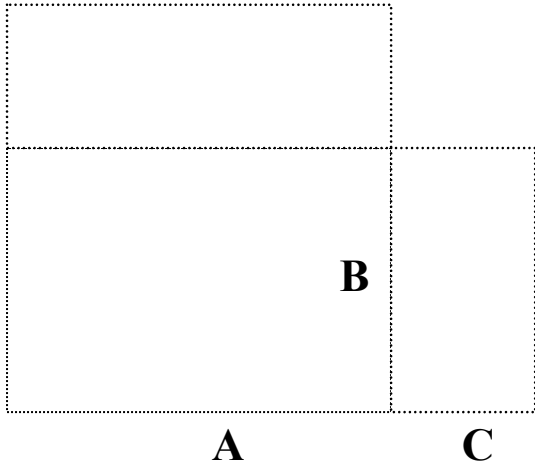
$$\frac{5}{10}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{5}$$

:

. 0.28 3.14 47.25 0.625 1.2 0.75 0.25 0.4



: _____

4 cm 6 cm

-1

2 cm

-2

2 cm

-3

: -4

A × B : A C

..... :

A A × B : B C -

..... :

. -5

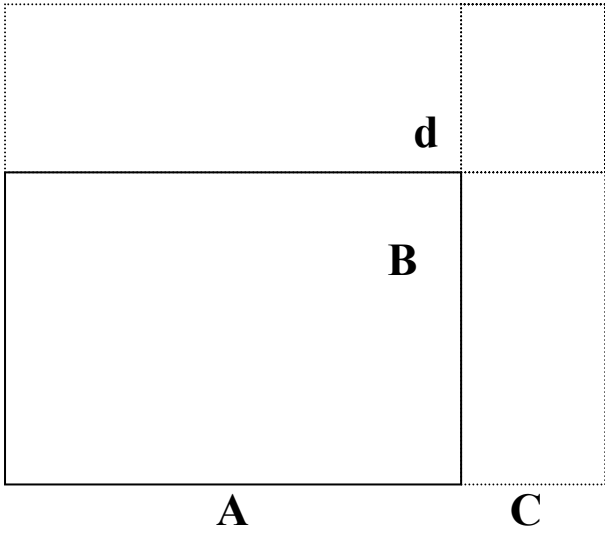
4 cm 6 cm

. -1

. 3 cm 2 cm -2

. -

: -3



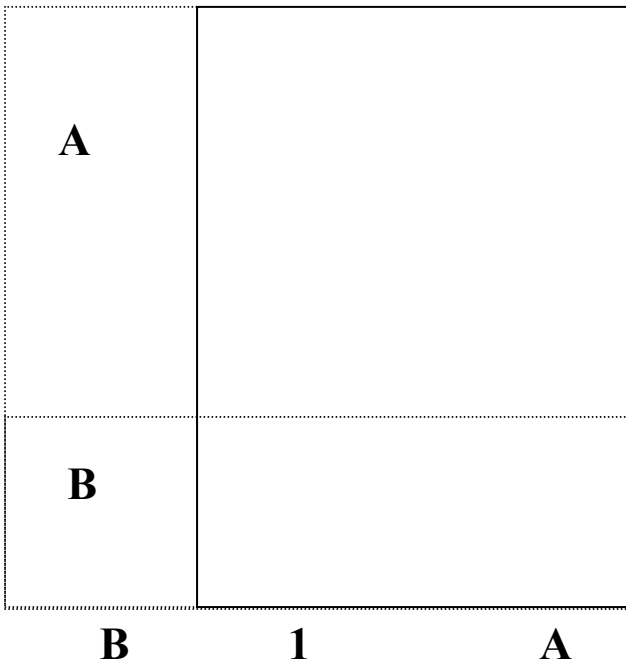
A **C** -

A × B

A **D**

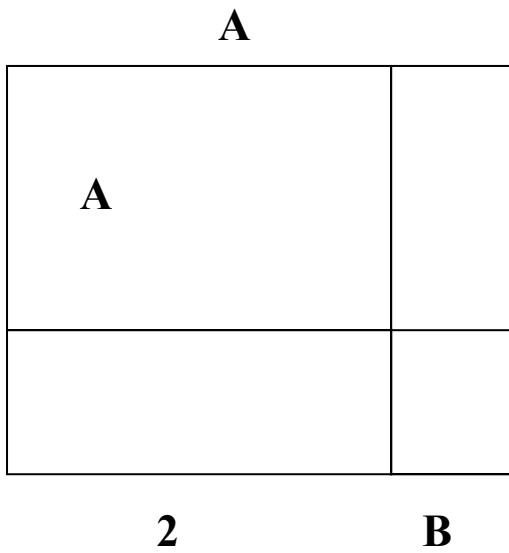
.....:

-4



(1)

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$



B

A × B :

B²

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

-1

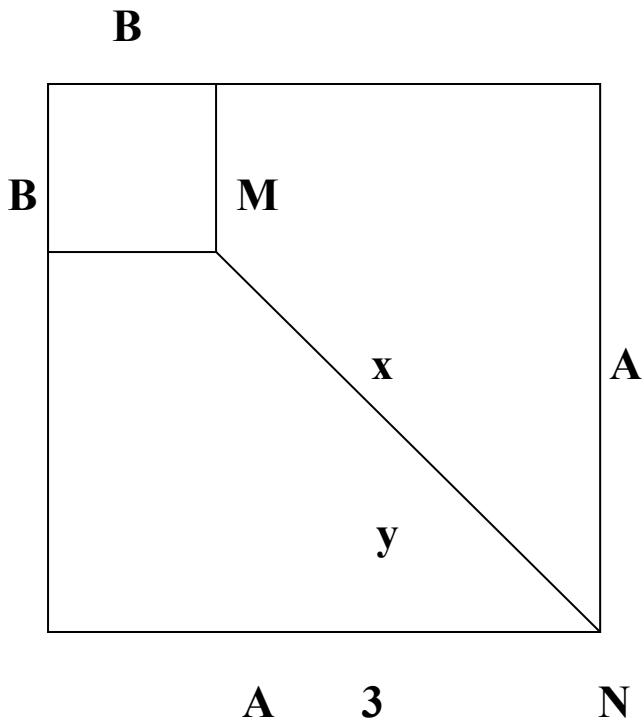
2

-2

-3

2

-4



y x :

MN

B A : -2

B A : -3

3 : -4

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

المضلعات

- تعريف:** المضلع هو خط منكسر مغلق.
- إن مختلف قطع المستقيم التي يتشكل منها الخط المنكسر.
 - هي أضلاع المضلع و النقاط المشتركة بين الأضلاع المتتالية هي رؤوس المضلع. و عددها يساوي عدد الأضلاع.
 - الأضلاع المتتالية تحصر بينها زوايا المضلع.
 - قطعة المستقيم التي تصل بين رأسين غير متتاليين هي قطر في المضلع.
 - المضلع المنتظم: هو مضلع أضلاعه متساوية و زواياه متساوية.

المثلث:

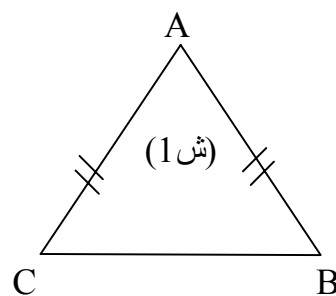
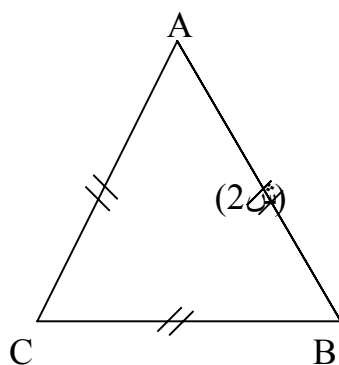
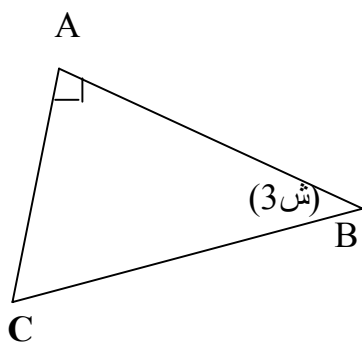
تعريف: المثلث هو ضلع ذو ثلاثة أضلاع.

المثلثات الخاصة:

المثلث المتساوي الساقين: هو مثلث فيه ضلعان متساويان: ش1.

المثلث المتساوي الأضلاع: هو مثلث أضلاعه متساوية: ش2.

المثلث القائم: هو مثلث فيه زاوية قائمة: ش3.

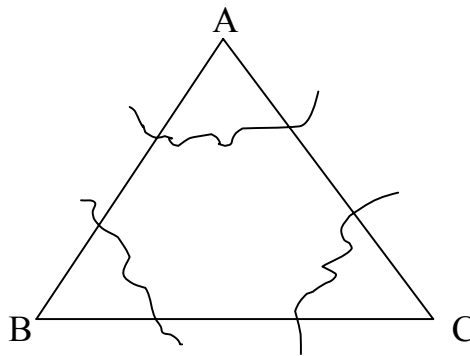


(4)

:
ABC

-1

(5)

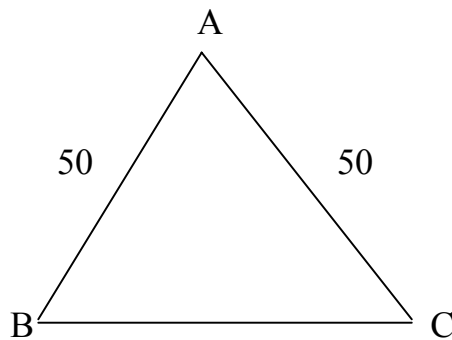


(5)

ABC:

-2

BC=40mm ; AB=50mm ; AC=50mm(6)

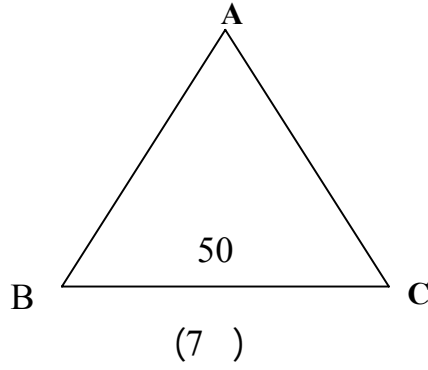


(6)

ABC :

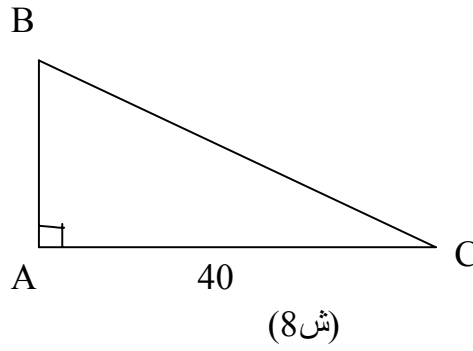
-3

BC=50mm (7)



-4

$$\hat{A} = 90^\circ; AB=40\text{mm}; AC=60\text{mm} \quad (8)$$



خواص المثلث المتساوي الساقين

- أرسم على ورقة شفاف مثلثا ABC متساوي الساقين فيه $BC=50\text{mm}; AB=AC=60\text{mm}$

أطو الشكل بحيث ينطبق الضلع [AB] على الضلع [AC] (ش.و) أن أثر الطي Ay يمثل منصف الزاوية

\hat{BAC} .

(1) تحقق من تطابق القطعتين YB ; $[YC]$ و من تطابق الزاويتين: \hat{B} ; \hat{C} و الذي يستلزم تطابق

الزاويتين \hat{AyC} ; \hat{AyB} أستنتج أن $\hat{AyC} = \hat{AyB}$.

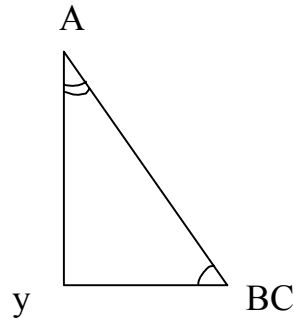
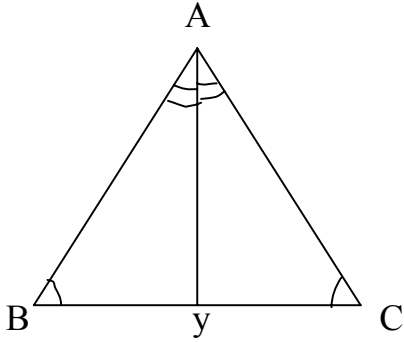
(2) بما أن مجموع هاتين الزاويتين يساوي زاوية مستقيمة إذن كل منهما زاوية قائمة فالمنصف $[Ay]$ عمود على $[BC]$ فهو إذن ارتفاع في المثلث ABC .

مما سبق نستنتج أن:

في المثلث المتساوي الساقين ABC حيث: $AB=AC$.

1- الضلعان المتساويان تقابلهما زاويتان متساويتان.

2- منصف الزاوية: \widehat{BAC} متوسط و ارتفاع متعلق بالضلع $[BC]$.



(ش9)

أنشطة

1- أرسم مثلثا ما كفي و مثلثا متساوي الساقين و مثلثا قائما. على ورقة وشفّ هذه المثلثات على ورقة شفافة ثم اقلبها على الوجه الآخر و حاول تطبيق كل مثلث على أصله. تحقق أن المثلث المتساوي الساقين فقط هو الذي ينطبق على أصله، من ذلك استنتج طريقة لمعرفة ما إذا كان المثلث متساوي الساقين. هل تعرف طرقا أخرى؟

2- ارسم قطعة مستقيم $[BC]$ طولها 6cm .
ثم ارسم إلى جانب واحد من هذه القطعة الزاويتين $\widehat{BCy}=30^\circ$; $\widehat{CBx}=60^\circ$

فيتقاطع نصفا المستقيمين $[Cy]$; $[Bx]$ في نقطة A قس الزاوية \widehat{BAC} . ماذا يمكن أن نقول عن المثلث ABC .

3- ارسم قطعة المستقيم $[AB]$ حيث $AB=5\text{cm}$ ثم أرسم إلى جانب واحد من هذه القطعة

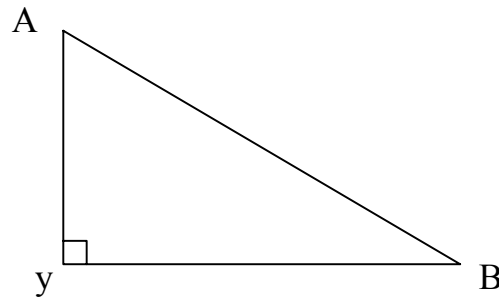
الزاويتين $\widehat{ABx}=\widehat{BAy}=70^\circ$. فيتقاطع نصفا المستقيمين $[By]$; $[Bx]$ في نقطة C. قس طول الضلعين $[AB]$; $[AC]$ ماذا يمكنك أن تقول عن المثلث ABC ؟

القطع المستقيمة الهامة في المثلث

القطع المستقيمة الهامة في المثلث:

1- الارتفاع:

تعريف: ارتفاع المثلث هو القطعة المستقيمة المحدودة برأس المثلث و موقع العمود النازل من ذلك الرأس على الضلع المقابل، حيث ضلع المثلث المتعلق بارتفاعه يسمى قاعدة المثلث.
نجد في الشكلين: 11، 12 أن الضلع $[BC]$ هو قاعدة المثلث المتعلقة بالارتفاع $[Ay]$ ، و نسمي نقطة تلاقي الارتفاع بالقاعدة.

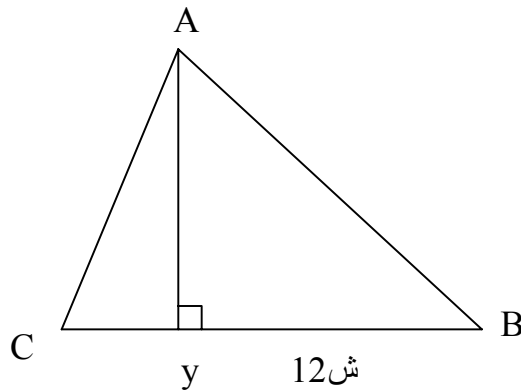


(ش11)

موقع الارتفاع:

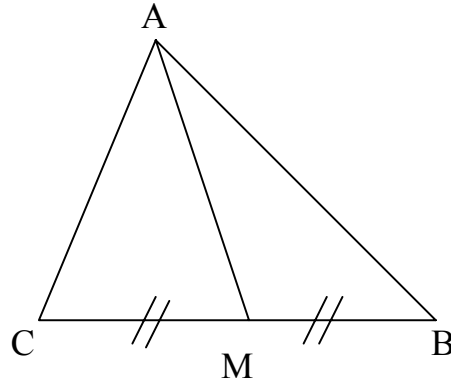
للمثلث ثلاثة ارتفاعات:

في المثلث القائم ارتفاعان يتطابقان مع ضلعي الزاوية القائمة، فعندما يذكر ارتفاع المثلث القائم يقصد به الارتفاع المتعلق بالوتر.



2- المتوسط:

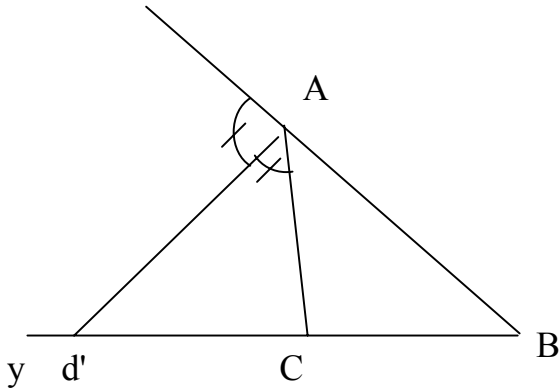
تعريف: متوسط المثلث هو القطعة المستقيمة المحدودة برأس المثلث ومنتصف الضلع المقابل و تسمى نقطة تلاقي متوسط المثلث مع الضلع المقابل موقع المتوسط (ش13).



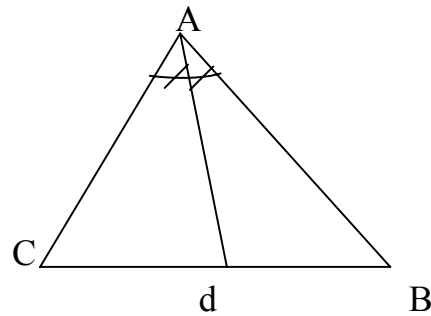
(ش13)

3- المنصف:

تعريف: المنصف الداخلي في المثلث هو منصف احدي زواياه الداخلية و المنصف الخارجي في المثلث هو منصف احدي زواياه الخارجية كل من المنصفيين الداخلي و الخارجي يتمثل بالقطعة المستقيمة المحددة برأس المثلث و نقطة تلاقي المنصف مع الضلع المقابل أو امتداده، تسمى هذه النقطة موقع المنصف الشكلاً: (14،15).

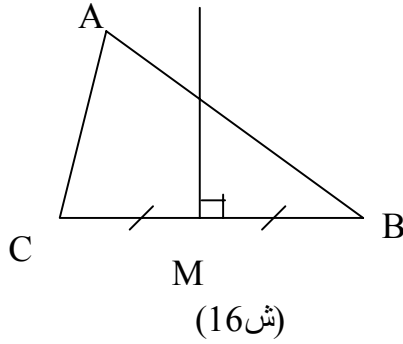


(ش15)



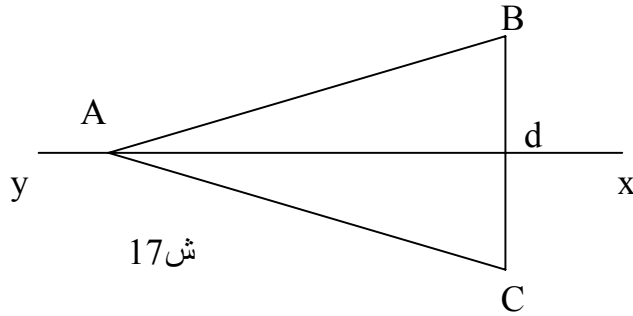
(ش14)

المحور:
تعريف: محور ضلع مثلث هو العمود على هذا الضلع في منتصفه (ش16).



خاصة زاويتي القاعدة في المثلث المتساوي الساقين:

أ) تمرين تمهيدي:
- ارسم مستقيما (xy) و ثبت منه النقطة A . ثم أنشئ النقطتين B, C المتناظرتين بالنسبة إلى (xy) الشكل (17).



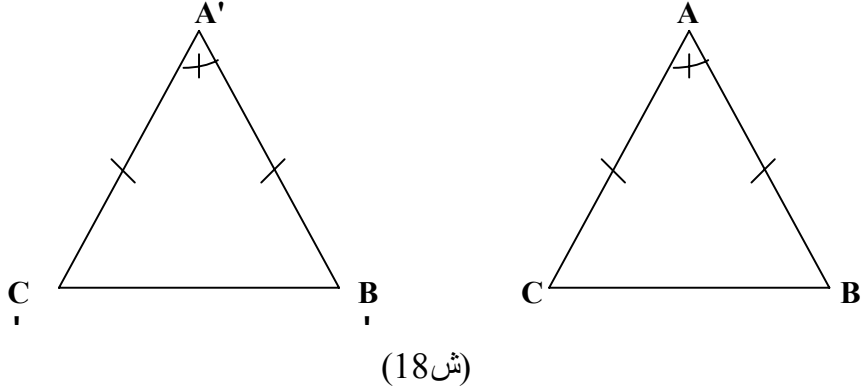
1- بتطبيق خواص التناظر بالنسبة إلى مستقيم.
اكتب جميع القطع المتساوية و الزوايا المتساوية التي تلاحظها في الشكل.

2- ما نوع المثلث ABC ؟

3- هل تلاحظ تقابلا ذا أهمية بين الأضلاع و الزوايا؟

4- ما هي خواص القطعة [Ad] ؟

(ب) نفرض المثلث المتساوي الساقين ABC ضلعاه المتساويان هما: [AB] ، [AC] نأخذ A'B'C' مشفوف المثلث ABC فنحصل على المساويتين $A'B' = AB$ ، $A'C' = AC$ و بعد قلب هذا المشفوف نحاول تطبيقه على المثلث ABC الشكل: (18)



بما أن الزاوية \widehat{A} هي مقلوب الزاوي \widehat{A} فيمكن تطبيقها عليها، و المساواتان $A'B' = AB$ ، $AB = AC$ تستلزمان المساواة $A'B' = AC$ ، $A'C' = AC$ ، $AC = AB$ تستلزمان المساوات $A'C' = AB$ فعندما نتطبق الزاوية A' على الزاوية A ينطبق الضلع $[A'C']$ على الضلع $[AB]$ و ينطبق الضلع $[A'B']$ على الضلع $[AC]$ و بذلك يتطابق المثلثان فزاويهما المتوافقة متساوية أي أن:

$$\widehat{C} = \widehat{B'}, \widehat{B} = \widehat{C'}$$

$$\widehat{B} = \widehat{C'} : \text{تستلزمان المساواة } \widehat{B} = \widehat{C'}, \widehat{C} = \widehat{C'}$$

نظرية: في المثلث المتساوي الساقين ، تتساوي الزاويتان المقابلتان للضلعين المتساويين.

$$\widehat{B} \iff \widehat{C} \quad (ABC \text{ مثلث ، } AC=AB)$$

دراسة مثلث فيه زاويتان متساويتان:

نفرض المثلث ABC زاويتاه: \widehat{C} ، \widehat{B} متساويتان نأخذ A'B'C' مشفوفاً عن المثلث فنحصل على

$$\widehat{C'} = \widehat{C} ، \widehat{B'} = \widehat{B}$$

و بعد قلب هذا المشفوف نطبقه على المثلث ABC ش(19) بما أن الضلع $[B'C']$ هو الضلع $[BC]$ فيمكن تطبيقه عليه: حيث $\widehat{C'}$ على B' و \widehat{B} على C

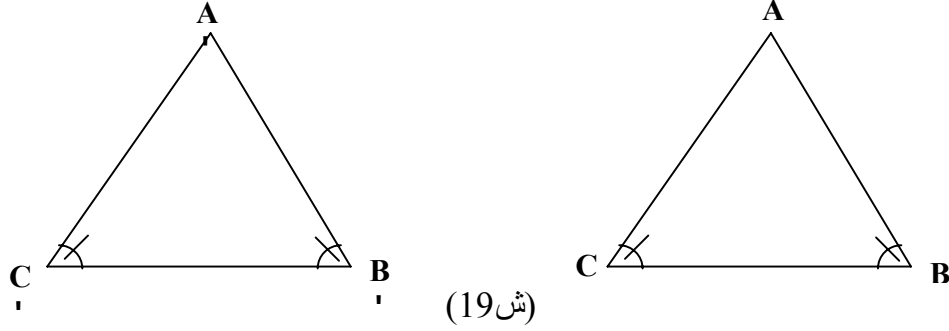
و بحيث يقع الرأسان A' ، A في جهة واحدة بالنسبة إلى الضلع $[B'C']$ المساواتان: $\widehat{B} = \widehat{C}$ ،

$\widehat{C} = \widehat{C}$ تستلزم المساواة: $\widehat{B} = \widehat{C}$ فينطبق نصف المستقيم [C'A'] على نصف المستقيم [BA]

المساواتان $\widehat{C} = \widehat{B}$ ، $\widehat{B} = \widehat{B}$ تستلزمان المساواة: $\widehat{B} = \widehat{C}$.

فينطبق نصف المستقيم [A'B'] على نصف المستقيم [CA]. فتتطبق نقطة تقاطع نصفي المستقيمين [B'A']، [C'A']، و هي A' نقطة تقاطع نصفي المستقيمين: [CA]، [BA] و هي A و بذلك يتطابق المثلثان، فأضلاعهما المتوافقة متساوية أي أن: $A'C' = AB$ ، $AC = A'B$

لكن $AC = A'C'$ إذن $AB = AC$. فالمثلث ABC متساوي الساقين.



نظرية:

إذا تساوت زاويتان في مثلث فهو متساوي الساقين.

نكتب (ABC مثلث، $\widehat{B} = \widehat{C}$) \Leftrightarrow ($AB = AC$)

عكس النظرية:

إذا قارنا بين النظريتين السابقتين لوجدنا: في النظرية الأولى: ان الفرض هو المثلث ABC

فيه $AB = AC$ الطلب هو $\widehat{B} = \widehat{C}$

في النظرية الثانية أن

الفرض هو المثلث ABC فيه $\widehat{B} = \widehat{C}$

الطلب هو: $AB = AC$

فنقول أن النظرية الثانية هي عكس النظرية الأولى.

ملاحظات هامة:

يمكن أن نرفق بكل نظرية معاكسة لها لكن ذلك ليس صحيحا دوما.

مثال : النظرية: (إذا كانت الزاويتان قائمتين فهما متكاملتان)
العكس: (إذا كانت الزاويتان متكاملتان فهما قائمتان) و بهذا غير صحيح بالضرورة.

التكافؤ المنطقي:

من النظرية السابقة نكتب الاستلزام:

$$\widehat{B} = \widehat{C} \iff (AB=AC)$$

و من النظرية العكسية لها نكتب الاستلزام:

$$(AC=AB) \iff \widehat{B} = \widehat{C}$$

فنقول أن المساويتين:

$$\widehat{B} = \widehat{C} ، AB=AC \text{ (متكافئتين منطقيا)}$$

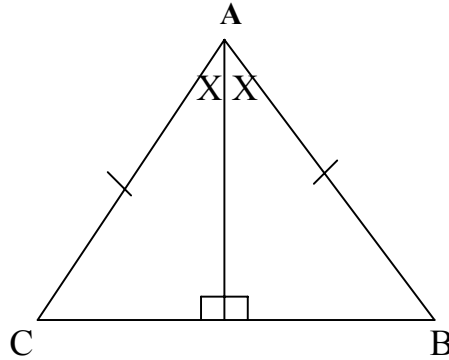
$$\widehat{B} = \widehat{C} \iff (AB = AC) \text{ نكتب}$$

ملاحظة:

الخاصة المميزة للمثلث المتساوي الساقين يتبين من النظرتين السابقتين أن المثلث المتساوي الساقين يمكن أن ينطبق على نفسه بعد القلب.
هذه ميزة خاصة بالمثلث المتساوي الساقين يمكن قبولها كما يمكن البرهان عليها.

دراسة منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين:

نفرض المثلث المتساوي الساقين ABC ضلعا المتساويان هما AC ، AB.
نرسم [Ay] منصف زاوية الرأس A.
و نقارن بين المثلثين: ABY ، ACY (ش20) فيهما:



y
10 (ش20)

\widehat{CAy} و \widehat{BAy} الزاويتان \widehat{CAy} و \widehat{BAy} متساويتان فرضا. $[AC]$ و $[AB]$ ضلع مشترك الضلعان $[Ay]$ $[Ay]$ منصف الزاوية ABC فرضا. إذن يتساوى المثلثان حسب الحالة الثانية من تساوي مثلثين و نحصل على المساواتين: (سأطرق في هذا السند إلى حالات تقايس مثلثين)

$$\widehat{AyC} = \widehat{AyB} , By = Cy$$

تفيد المساواة الأولى أن $[Ay]$ منتصف $[BC]$ أي أن $[Ay]$ متوسط في المثلث ABC .
و تفيد المساواة الثانية أن كلا من الزاويتين \widehat{AyB} ، \widehat{AyC} قائمة لأنهما تؤلفان الزاوية المستقيمة: \widehat{AyC} . أي أن $[Ay]$ عمود على $[BC]$ إذن $[Ay]$ ارتفاع في المثلث ABC .
و من اتحاد هاتين الخاصتين يصبح (Ay) محور القاعدة $[BC]$.

نظرية:

منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين هو: متوسط و ارتفاع و محور القاعدة.

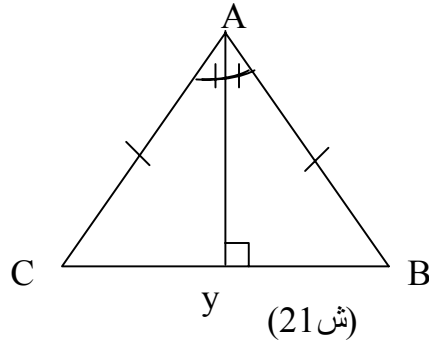
ملاحظتان:

- 1- بما أن المنصف $[Ay]$ لزاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين هو محور القاعدة $[BC]$ فالنقطتان B ، C متناظرتان بالنسبة إلى (Ay) و النقطة A نظيرة نفسها. و القطعتان $[AB]$ ، $[AC]$ متناظرتين أيضا بالنسبة إلى (Ay) . من ذلك نقول أن المستقيم (Ay) هو محور تناظر لهذا المثلث.
- 2- و بما أن المثلثين \widehat{AyB} ، \widehat{AyC} متناظران بالنسبة إلى المستقيم (Ay) ، فهما متطابقان عكسيا أي بعد القلب.
تقبل النظرية السابقة ثلاث نظريات عكسية.

نظرية العكس الأولى:

إذا كان ارتفاع المثلث متوسطا له فالمثلث متساوي الساقين.
- لنبرهن على صحة الاستلزام.

$$\left. \begin{array}{l} [Ay] \perp [BC] \\ By = Cy \end{array} \right\} \Rightarrow AB = AC$$



بالمقارنة بين المثلثين ABy ، ACy (ش21) نجد [Ay] ضلع مشترك

$$\widehat{AyC} = \widehat{AyB} \text{ قائمة } \text{ قائمة}$$

$$[BC] \text{ منتصف } y \text{ ، } Cy = By$$

فالمثلثات متساويان حسب الحالة الأولى لتقايس مثلثين.

ملاحظة :

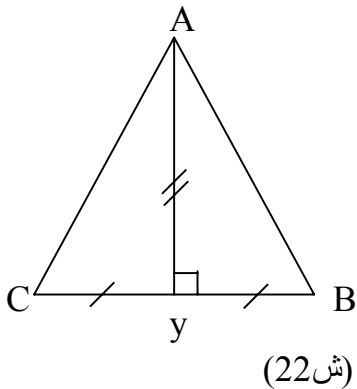
(سأنترق إلى حالات التقايس في هذا السند)

و من التساوي ينتج: $AB = AC$ فالمثلث ABC إذن متساوي الساقين .

نظرية العكس الثانية:

إذا كان منتصف زاوية المثلث الرأس في المثلث ارتفاعا له فالمثلث متساوي الساقين.

- لنبرهن على صحة الاستلزام.



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{BAy} = \widehat{CAy} \\ [Ay \perp] [BC] \end{array} \right\} AB = AC$$

بالمقارنة بين المثلثين:

ACy ، ABy (ش22) نجد : [Ay] ضلع مشترك

$$\widehat{BAy} = \widehat{CAy} \text{ لأن } [Ay \text{ منتصف } A$$

$$\widehat{AyC} = \widehat{AyB} \text{ كل منهما قائمة.}$$

فالمثلثان متساويان حسب الحالة الثانية لتقايس مثلثين و من التساوي ينتج: $AB = AC$. فالمثلث ABC إذن متساوي الساقين.

ملاحظة: (سأطرق إلى حالة التقايس هذه في هذا السند)

نظرية العكس الثالثة:

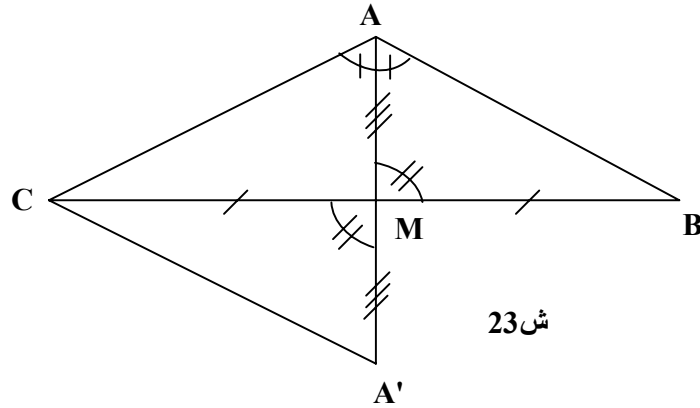
إذا كان منصف زاوية المثلث متوسطا له فالمثلث متساوي الساقين.

- لنبرهن على صحة الاستلزام.

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{MAB} = \widehat{MAC} \\ MB = MC \end{array} \right\} \implies AB = AC$$

نمدد المتوسط AM بطول $[MA']$ يساوي $[MA]$ ، نصل C ، M ،

و نقارن بين المثلثين: ABM ، $A'CM$. (ش23)



نجد: $MB = MC$ لأن M منتصف $[BC]$ ، $BMA = CMA'$ متقابلتان بالرأس. $MA = MA'$ بالعمل.

فالمثلثان متساويان حسب الحالة الثانية لتقايس مثلثين.

ملاحظة: (سأطرق لحالات التقايس من خلال هذا السند) و من التقايس ينتج:

$$AB = A'C, \widehat{MAB} = \widehat{MA'C}$$

لكن: $\widehat{MAC} = \widehat{MAB}$ لأن: $[AM]$ منصف \widehat{A} ، $\widehat{MAB} = \widehat{MA'C}$ ، إذن $\widehat{MA'C} = \widehat{MAC}$

فالمثلث ACA' متساوي الساقين و ينتج: $AC = A'C$
و لما كان: $AB = A'C$ بالبرهان
إذن: $AB = AC$ فالمثلث ABC متساوي الساقين.
الحالات: الأولى و الثانية و الثالثة لتقايس مثلثين

ملاحظة: تقايس المثلثين:

(أ) وجدنا في الوضعيات السابقة و في هذا السند أنه إذا تقايس مثلثان فيمكن تطبيق أحدهما على الآخر بحيث: تتطابق أضلاعهما و زواياهما على الترتيب و استنتجنا أن الأضلاع المتطابقة و الزوايا متساوية - هذا بواسطة الورق الشفاف.
(ب) سنجد فيما بعد أنه ليس من الضروري معرفة أن جميع عناصر أحد المثلثين يجب أن تقايس العناصر الموافقة لها في المثلث الآخر لاستنتاج تطابق المثلثين، بل يمكن الاكتفاء بمعرفة أن ثلاثة من عناصر أحدهما مختارة بشكل مناسب تقايس العناصر الموافقة لها من الآخر.

الحالة الأولى للتقايس

تمرين تمهيدي:

1- على ورقة شفافة ارسم قطعة مستقيمة $[BC]$ طولها 5cm ثم أرسم في جهتين مختلفتين بالنسبة لها المثلثين: ABC ، $A'BC$

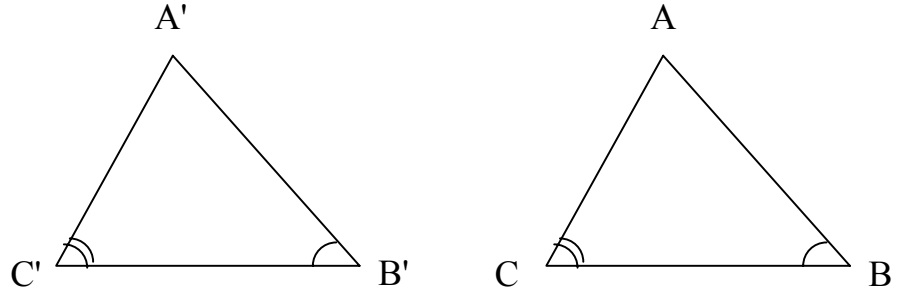
$$\widehat{A'BC} = \widehat{ABC} = 50^\circ$$

$$\widehat{BCA'} = \widehat{BCA} = 60^\circ$$

2- تحقق من إمكانية تطابق المثلثين: ABC ، $A'BC$ و تبين القطع المتقايسة و الزوايا المتقايسة من هذا التطابق.

نظرية:

يتقايس المثلثان: إذا قاست زاويتان و الضلع المحصور بينهما من أحدهما، زاويتين و الضلع المحصور بينهما من الآخر.
حسب الشكل (24). سنبرهن في المثلثين: ABC ، $A'B'C'$ على صحة الاستلزام.



(ش24)

$$\left. \begin{array}{l} BC = B'C' \\ \hat{C} = \hat{C}' \\ \hat{B} = \hat{B}' \end{array} \right\} \Rightarrow \text{المثلث } ABC = \text{المثلث } C'A'B'$$

الحالة الثانية لتقايس مثلثين:

تمرين تمهيدي:

1- على ورقة شفافة أرسم قطعة مستقيمة $[AB]$ طولها 5cm ، ثم أرسم في جهتين مختلفتين بالنسبة لها المثلثين : ABC ، $A'B'C'$ و بحيث أن:

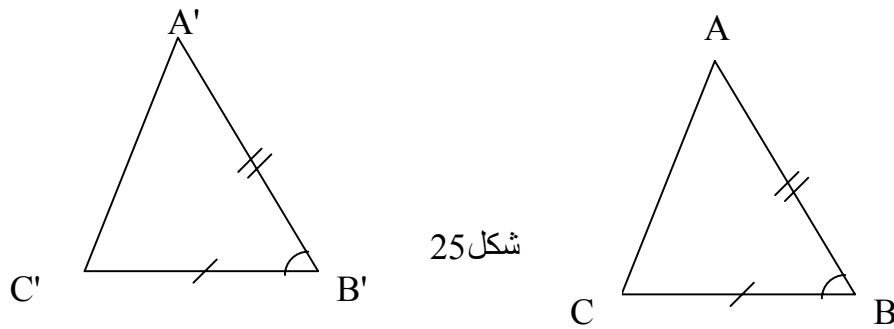
$$\begin{array}{l} \hat{ABC} = \hat{A'B'C'} = 60^\circ \\ BC = B'C' = 4\text{cm} \end{array}$$

تحقق من إمكانية تطابق المثلثين : ABC ، $A'B'C'$ و تبين القطع المتقايسة و الزوايا المتقايسة من هذا التطابق.

نظرية :

يتقايس المثلثان إذا قاس ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما من أحدهما ضلعين و الزاوية المحصورة بينهما من الآخر (ش25).

حسب الشكل 25 : سنبرهن في المثلثين ABC ، $A'B'C'$ على صحة الاستلزام.



شكل 25

$$\left. \begin{array}{l} BC = B'C' \\ \widehat{B} = \widehat{B}' \\ BA = A'B' \end{array} \right\} = > (\text{المثلث } ABC = \text{المثلث } A'B'C')$$

ملاحظة:

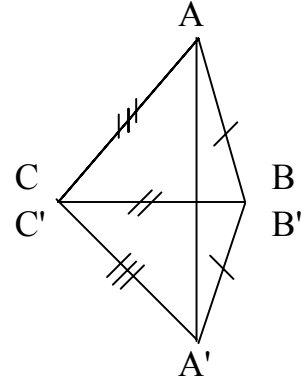
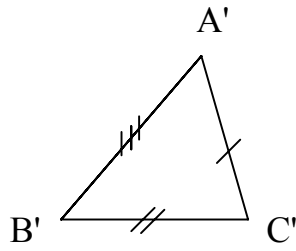
طبق مشفوف المثلث $A'B'C'$ على المثلث ABC بحيث: تتطبق العناصر المتقايسة على بعضها تلاحظ أن: المثلثين متطابقان نفس الشيء بالنسبة للحالة الأولى للتقايس.

الحالة الثالثة من تقايس المثلثين:

تمرين تمهيدي :

1- أرسم على ورقة شفافة المثلث الذي أضلاعه: $[BC]$ و $[CA]$ و $[AB]$ و التي أطوالها 6cm ، 5 cm ، 4cm على الترتيب. فبعد أن: ترسم الضلع $[BC]$ مثلاً. عين النقطتين A ، A' من جهتي القطعة $[BC]$.

2- تحقق من أن: المثلثين ABC ، $A'BC$ متطابقان. أكتب المساويات التي تستخلص من هذا التطابق.



شكل 26

نظرية :

يتقايس المثلثات إذا قاست أضلاعه أحدهما أضلاع الآخر.
نفرض المثلثين ABC ، $A'B'C'$ و لنبرهن على صحة الاستلزام التالي:

$$\left. \begin{array}{l} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{array} \right\} \implies (\text{المثلث } ABC = \text{المثلث } A'B'C')$$

ملاحظة (1):

يمكنك أن تطبق الورق الشفاف على المثلث ABC تجد المثلث $A'B'C'$ يقايسه بشرط وضع العناصر المتقايسة فوق بعضها.

ملاحظة (2):

الحالة الثالثة من تقايس المثلثين تحقق عملية إنشاء زاوية معلومة، و هذا يعود بك في الحقيقة إلى إنشاء مثلثين AMB و $A'M'B'$ بحيث:
أن: $AM = A'M'$ و $MB = M'B'$ و $AB = A'B'$.

فالزاوية الموافقة للزاوية M تقايسها.

استخدام تقايس مثلثين في البراهين

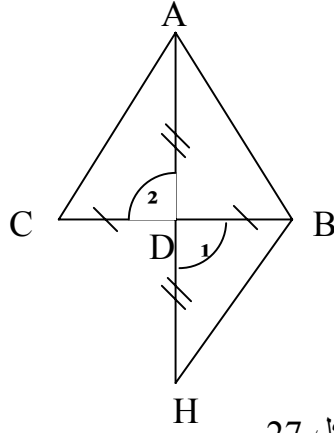
إذا اقتضى الحال إثبات تقايس قطعتين مستقيمتين أو تقايس زاويتين نلجأ غالبا إلى إثبات تطابق مثلثين بحيث تكون إحدى القطعتين أو الزاويتين المعنيتين عنصرا في أحد المثلثين و تكون القطعة أو الزاوية الأخرى عنصرا موافقا في المثلث الآخر.

و من تقايس المثلثين نستنتج تقايس القطعتين أو الزاويتين المذكورتين.

المثال الأول:

نرسم المتوسط $[AD]$ في المثلث ABC و نمدده على استقامته بطول $[DH]$ يقايس $[AD]$ ثم نصل $[HB]$.

برهن على تقايس القطعتين $[AC]$ و $[BH]$. لإثبات تقايس القطعتين: $[AC]$ ، $[BH]$ نلاحظ أن: الأولى هي ضلع في المثلث ACD و الثانية هي ضلع في المثلث BHD لذلك، نبرهن على تقايس هذين المثلثين شكل 27 فيهما.



شكل 27

$DH = AD$ (فرضا). و بما أن $[AD]$ متوسط فالنقطة D إذن هي منتصف $[CB]$ و يكون $DC = DB$.

أما الزاويتان $\widehat{D1}$ ، $\widehat{D2}$ فهما متقابلتان بالرأس. إذن $\widehat{D1} = \widehat{D2}$. و حسب الحالة الثانية من تقايس المثلثين. يتقايس المثلثان: ACB ، BHD و من تقايسهما يتقايس ضلعاهما المتوقفان $[AC]$ ، $[BH]$ و هو المطلوب.

المثال الثاني:

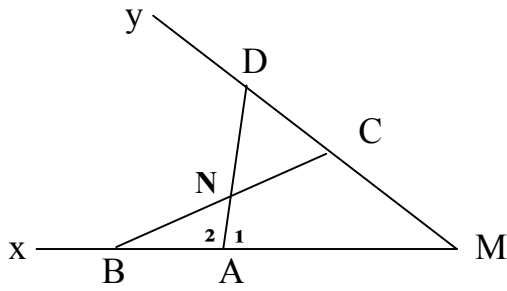
لدينا الزاوية \widehat{xMy} ، نأخذ على الضلع $[Mx]$ النقطتين A ، B و على الضلع $[My]$ النقطتين D ، C بحيث أن: $MA = MC$ ، $MB = MD$.

- (1) قارن بين المثلثين MAD ، MCB و اكتب جميع المتساويات الناتجة عن هذه المقارنة.
- (2) برفض N نقطة تقاطع المستقيمين (AD) // (BC) برهن على تقايس القطعتين $[NA]$ ، $[NC]$.

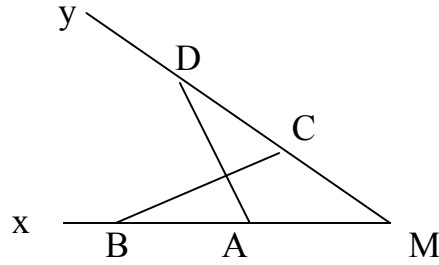
(3) برهن على أن: نصف المستقيم [MN] منصف للزاوية \widehat{xMy} .

البرهان:

(1) نجد في المثلثين MAD ، MCD شكل 27 أن $MA = MC$ (فرضا)، \widehat{M} زاوية مشتركة، $MD = MB$ (فرضا).
إذن: يتقايس المثلثان حسب الحالة الثانية من تقايس المثلثين.



ش 28



ش 27

نستنتج أن:

$$\widehat{B1} = \widehat{D1} , \widehat{C1} = \widehat{A1} , CB = AD$$

(2) لمقارنة القطعتين [NA] ، [NC] شكل 28 نلاحظ أنهما ضلعان في المثلثين NAB و

NCD على الترتيب لذلك نبرهن على تقايس هذين المثلثين. فيهما: $\widehat{CDN} = \widehat{MBN}$ (من البرهان الأول).

و بما أن: $MC = MA$ ، $MD = MB$ (فرضا) ينتج بالطرح:
 $CD = AB$ أي $MC - MD = MA - MB$

و بما أن: $\widehat{NCD} = \widehat{NAB}$ لأنهما تكملان زاويتين متقايسيتين إذن يتقايس المثلثات حسب الحالة الأولى من تقايس المثلثين و من التقايس ينتج: $NC = NA$.

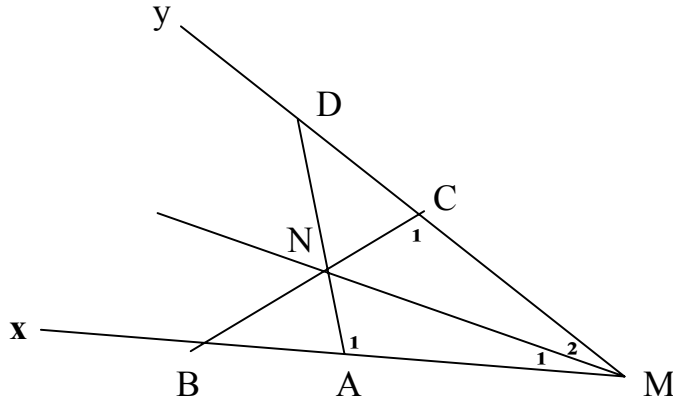
(3) لإثبات أن نصف المستقيم [MN] منصف للزاوية \widehat{xMy} نبرهن على تقايس الزاويتين \widehat{NMx} ،

\widehat{NMx} . ولهذه الغاية نبرهن على تقايس المثلثين NMC ، NMA شكل 29. فيهما:
 $MC = MA$ (فرضا)

$$\widehat{C} = \widehat{A} \text{ (من البرهان الأول)}$$

(من البرهان الثاني) $NC=NA$

إذن يتقايس المثلثان حسب الحالة الثانية، و من التقايس ينتج: $\widehat{NMC} = \widehat{NMA}$.
إذن $[MN]$ منصف للزاوية \widehat{xMy} و هو المطلوب.



شكل 29

⋮ _____ ✨

⋮ _____ ●

℘ :
.....

℘

" : - -

"

℘ 536 535

℘ " 1406-1332 808-732

....."

"

....."



"

347-427
305 (6:)

•

-

255-315

-



•

-1

•
•
•

-2

•
•

•

•

-1

•

-2

•

•





: _____ *

.1

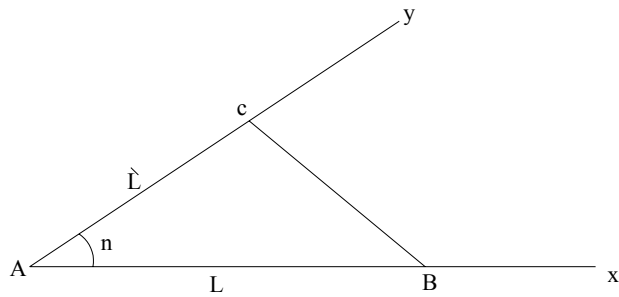
n : BÂC AC=L', AB=L : ABC

[AB] [Ax n : [Ax , Ay]

AC=L': [AC] [Ay AB=L :

ABC

ABC

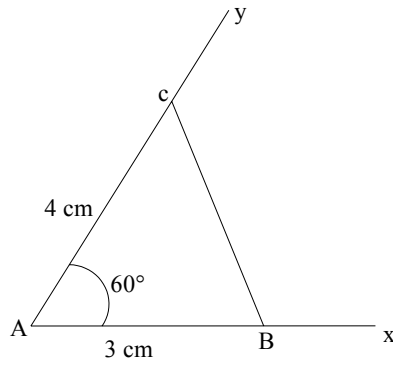


$\pi > n$

: •

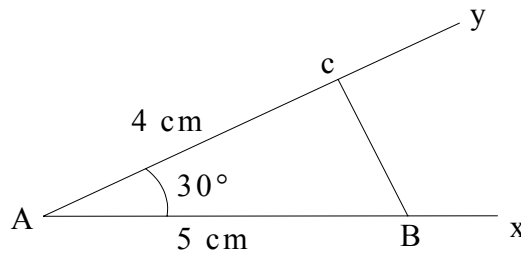
ABC $\angle A = 60^\circ$, AB=3 cm, AC=4 cm

: ① -



ABC $\angle A = 30^\circ$, AB=5 cm, AC=4 cm

: ②



:

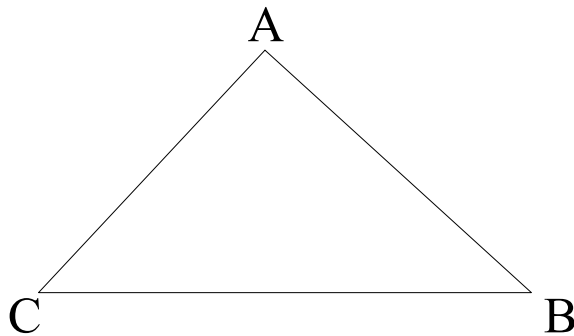
.2

$L = AB$ $AC = L'$ $BC = L$

ABC

L L L

$L > L > L$



:

BC = L

[BC]

-

L

B

-

ABC

L

C

A

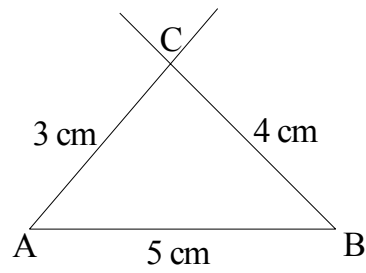
ABC

∴ _____ ●

$$L < L + L \quad :$$

AC=3 cm BC=4 cm AB=5 cm ABC

∴ _____ ○
∴ _____ -

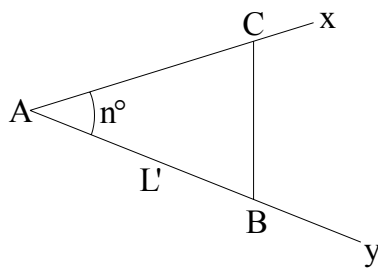


:

.3

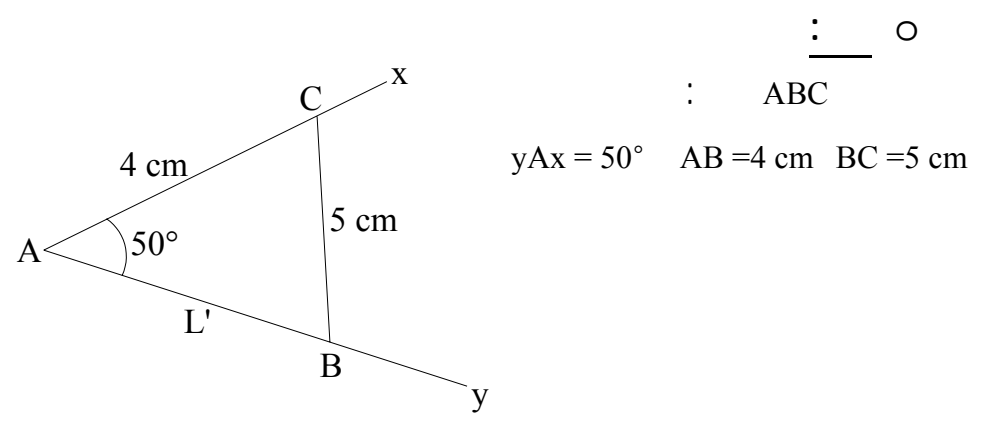
(L,L') AB=L' BC = L :

BAC= n° : -



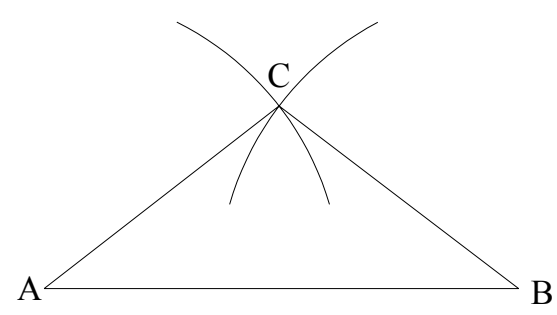


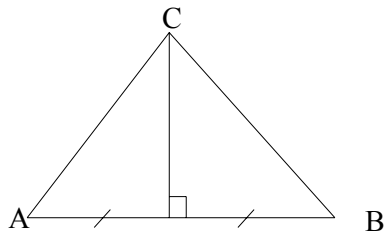
$\frac{AB}{L} = \frac{L'}{B}$
 $AB = L'$ $[AB]:$ $[Ay$ $-$
 $[Ax :$ c



$\frac{AB}{L} = \frac{L'}{B}$

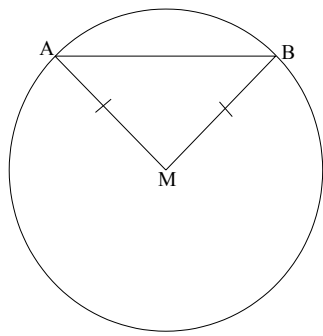
$\frac{AB}{L} = \frac{L'}{B}$
 $[AB]$
 ABC B, C C, A





$\frac{\text{---}}{\text{---}} \circ$

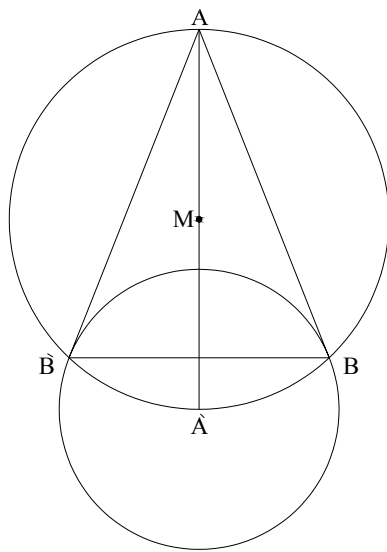
 [BC]
 A
 A,B,C



M

$\frac{\text{---}}{\text{---}} \circ$

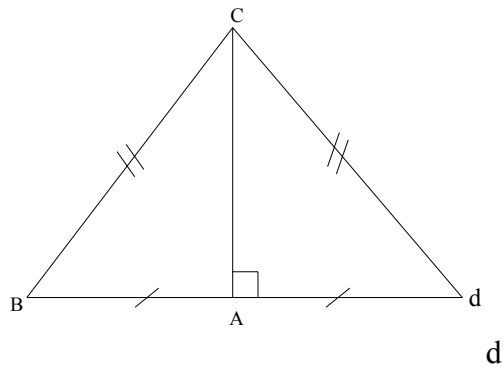
 (d)
 A,B :
 A M



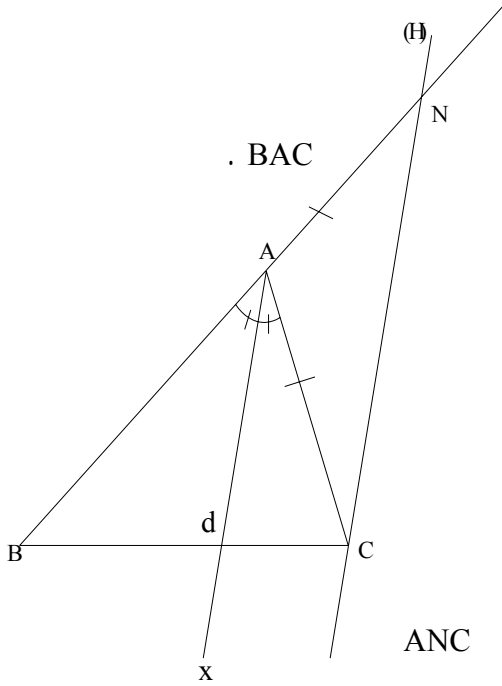
R
A A :

$\frac{\text{---}}{\text{---}} \circ$

 (d)
 R M
 A
 B B (d) R > R :
 B B A
 ABB



$\underline{\hspace{2cm}}$ ○
 : -
 A ABC -
 AB = 1/2 BC
 C
 B
 (AC) B -
 CBd



$\underline{\hspace{2cm}}$ ○
 : -
 [Ax] ABC-
 d [BC]
 [Ax] (H) -
 N (AB) C

$\underline{\hspace{2cm}}$ *

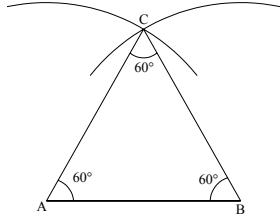


$\underline{\hspace{2cm}}$ ○
 [AB] -

AB

B A

C



BC=AC=AB :

ABC



⋮ _____ ○
 ⋮ _____ ■

[AB]

.1

60° B

.2

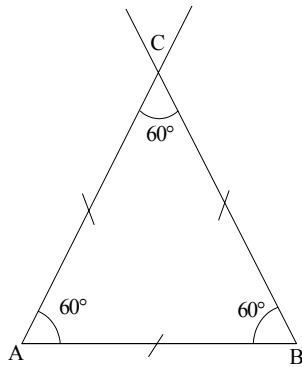
60° A

.3

ABC

C

BC=AC= AB:

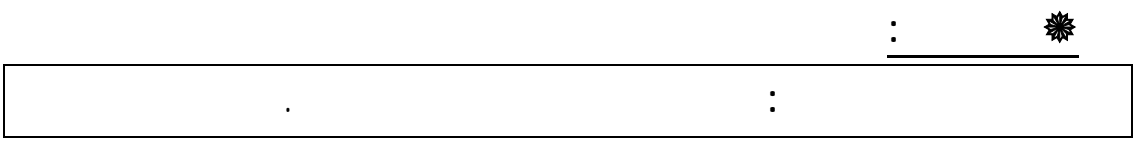
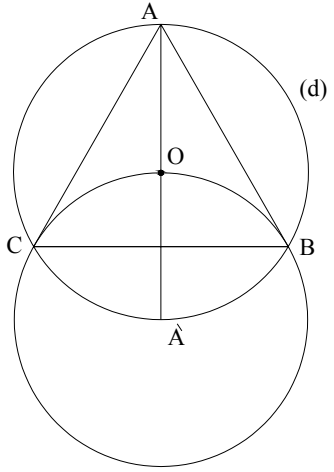


⋮ _____ ○

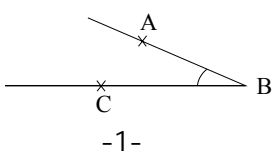
[AA'] [Ao] (d) -1

'A
C B (d) -2

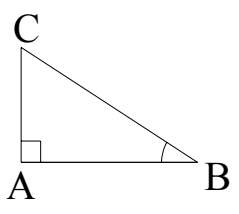
ABC C B A -3



: .1

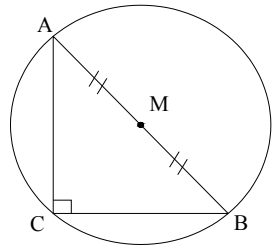


ABC [AB]



C A ABC -
(AB) -

: .2



-1-

M [AB]

M

A B

ABC

B

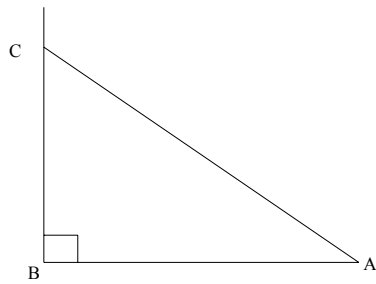
.C

ABC

:

:

.3



ABC

B

[AB]

A

.C

ABC

AC [AB]

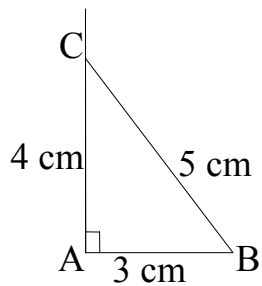
A C

:

:

:

: .4



: C B A

. BC= 5 cm AC= 4 cm AB= 3 cm

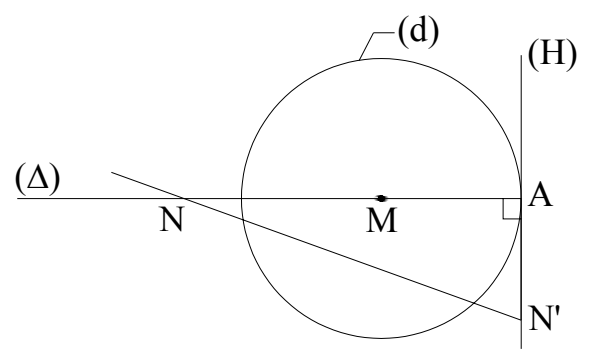


. A ABC C B A : -

: .5

(H) A M (d) -
- A (d) (Δ) -
- (Δ) (H)

.A A N N' (H) N' (Δ) N
(A N') (A N) :



∴ _____ ■

(H) . (H) B A .1
 (H) A [BC] . ABC
 C' B' A' ABC .2

.3

.4

60° A 3 cm, 4 cm .5

B=130°, C=70° CB= 5 cm . ABC .6

B=30°, C=45° CB= 5 cm . ABC .7

. A .8

:

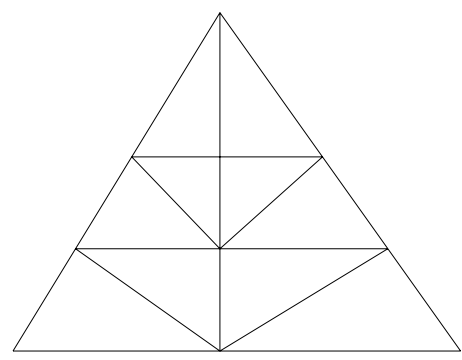
A -

A -

.9

.10

.11



!

. 20

∴ _____ ✨

تابع لإنشاءات الهندسية

- القطع المستقيمة.
- محاور تناظر الأشكال المألوفة.
- الأوضاع النسبية لمستقيمين و إنشائهما.
- أنواع شبه المنحرف و طرق إنشائه.
- متوازيات الأضلاع الخاصة و إنشائها.

الكفاءات الأساسية

- كيفية إنشاء القطع المستقيمة.
- كيفية إنشاء محاور تناظر الأشكال المألوفة.
- كيفية إنشاء مستقيمين متوازيين.
- كيفية إنشاء مستقيمين متعامدين.
- كيفية إنشاء أنواع شبه منحرف انطلاقا من وضعيات مختلفة.
- كيفية إنشاء متوازيات الأضلاع الخاصة.

قطعة المستقيم

النقط المحصورة بين النقطتين: A ، B تمثل قطعة مستقيمة طرفاها النقطتان A ، B و يرمز لهذه القطعة بالرمز $[AB]$ أو $[BA]$.

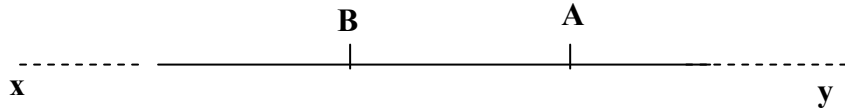
- لأهمية مفهوم قطعة مستقيم سأقدمها بثلاثة طرق مختلفة، بحيث كل طريقة لها مجالها الخاص.

الطريقة الأولى:

تعتمد على مفهوم فيزيائي و ذلك باستعمال شيئاً محسوساً.

مثال:

(xy) مستقيم: A ، B نقطتان منه كما يوضحه الشكل التالي:

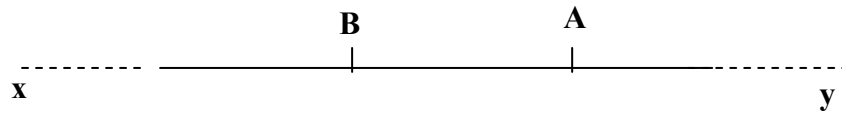


الطريقة الثانية:

تعتمد على المفهوم العملي و ذلك باستعمال عملية التقاطع.

مثال:

A ، B نقطتان من المستقيم (xy) كما في الشكل التالي:

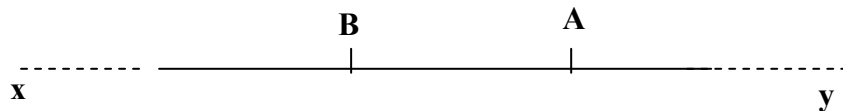


لدينا: $[Ax] \cap [By]$ هي مجموعة نقط من المستقيم (xy) و الموجودة بين النقطتين A ، B و التي نرمز إليها بالرمز $[AB]$ و نسميها قطعة مستقيم. و نكتب: $[By] \cap [Ax] = [AB]$

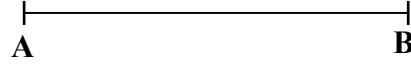
الطريقة الثالثة: تعتمد على مفهوم رياضي.

مثال:

A ، B نقطتان من المستقيم (xy) كما يوضح الشكل التالي:



نسمي مجموعة النقط المحدودة بالنقطتين A ، B و غير المنتهية قطعة مستقيم نرمز لها بالرمز $[AB]$ و نقرأ القطعة المستقيمة $[AB]$ التي طرفاها النقطتان: A ، B و نمثلها:



حيث = قطعة المستقيم هي مجموعة غير منتهية من النقط طرفاها نقطتان.

ملاحظة:

1- إذا كانت النقطة A لا تنتمي إلى القطعة $[AB]$ و النقطة B تنتمي إلى القطعة $[AB]$ نكتب: $[AB]$ لأن $A \notin [AB]$.

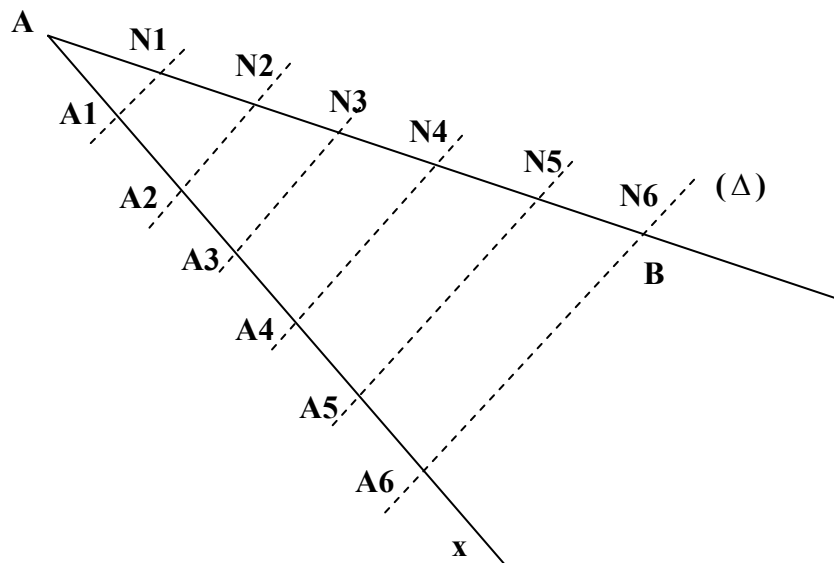
2- إذا كانت النقطة B لا تنتمي إلى $[AB]$ و النقطة A تنتمي إليها أي إلى $[AB]$ نكتب $[AB[$ لأن $B \notin [AB]$.

3- إذا كانت النقطة A لا تنتمي إلى $[AB]$ و النقطة B لا تنتمي إلى $[AB]$ نكتب $]AB]$ لأن $A \notin [AB]$ ، $B \in [AB]$.

4- عندما تكون النقطتان تنتميان إلى $[AB]$ نكتب: $[AB]$ لأن $A \in [AB]$ ، $B \in [AB]$.

تقسيم قطعة مستقيم إلى قطع مستقيمة متقايسة و متجاورة و متتالية طرق الإنشاء:

- نريد تقسيم قطعة مستقيم إلى قطع مستقيم متجاورة و متقايسة.
 $[AB]$ قطعة مستقيم نريد تقسيمها إلى 6 قطع متجاورة و متتالية و متقايسة.

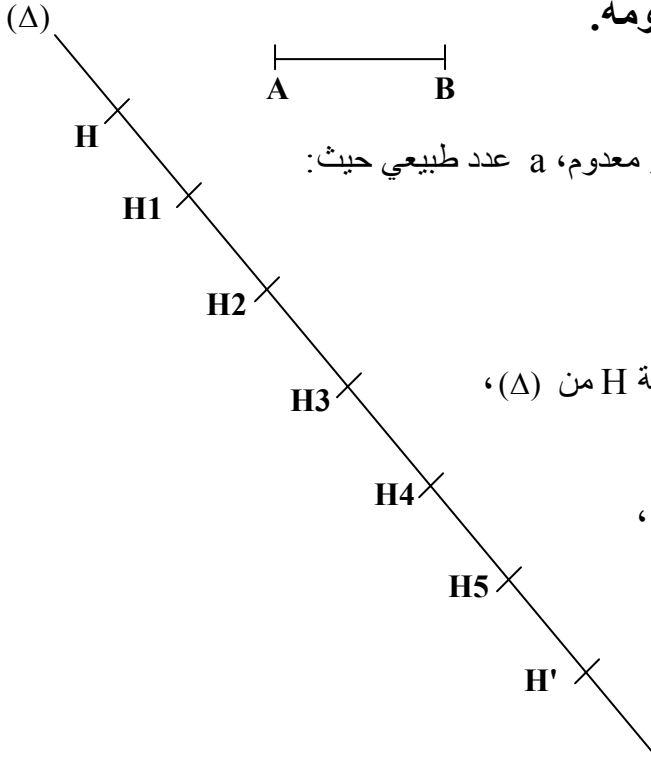


- أرسم نصف المستقيم $[Ax]$ حيث B لا تنتمي إلى $[Ax]$.
- أنشئ تدريجا منتظما لنصف المستقيم $[Ax]$ باختيار وحدة لتكن H .
- أرسم المستقيم الذي يشمل النقطة B ويشمل النقطة A_6 من نقط التدرج.
- أرسم المستقيمات التي كل منها يوازي (Δ) ويشمل النقط $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ من نقط التدرج المنتظم.

تقطع هذه الموازيات (AB) في النقط $N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6$ و بذلك نكون قد أنشأنا تقسيما للقطعة المستقيمة $[AB]$ و نحصل من هذا الإنشاء على تقايس القطع حيث:

$$A N_1 = N_1 N_2 = N_2 N_3 = N_3 N_4 = N_4 N_5 = N_5 N_6$$

إنشاء قطعة مستقيم علم طولها. بدلالة عدد طبيعي و طول قطعة مستقيم معلومة.



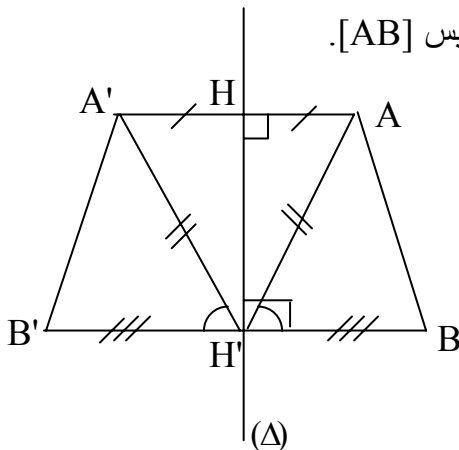
$[AB]$ قطعة مستقيم للمستوى ذات طول معلوم غير معدوم، a عدد طبيعي حيث:
 $a \neq 1$
- ننشئ قطعة مستقيم AB . $HH' = a$.

طريقة الإنشاء

أرسم المستقيم (Δ) حيث $[AB] \not\subset (\Delta)$ عين النقطة H من (Δ) ،
افتح المدور بنفس طول $[AB]$.
- ثبت إبرة المدور على النقطة H و عين H_1 .
بنفس الفتحة ثبت إبرة المدور على H_1 و عين H_2 ،
و هكذا بنفس الطريقة عين H_3, H_4, H_5, \dots, H'

حتى نحصل على a قطعة مستقيم متتالية متجاورة
و متقايسة، كل قطعة لها طول AB .
مجموع هذه القطع هو قطعة المستقيم $[H'H]$
حيث $HH' = a \cdot [AB]$.

إنشاء قطعتين مستقيمتين متقايسيتين باستخدام التناظر بالنسبة إلى مستقيم.



(Δ) مستقيم، $[AB]$ قطعة مستقيم لننشئ $[A'B']$ التي تقايس $[AB]$.

الحالة الأولى: $[AB] \not\subset (\Delta)$

أنشئ A' نظيرة A بالنسبة لـ (Δ) .

أنشئ B' نظيرة B بالنسبة لـ (Δ) .

صل بين النقطتين A', B'

ف نجد: $[AB]$ تقايس $[A'B']$

و منه: $AB = A'B'$

البرهان:

$$\text{نضع: } [BB'] \cap (\Delta) = \{H'\} , (\Delta) \cap [AA'] = \{H'\}$$

(Δ) محور [AA'] ، (Δ) محور [BB'] ، $H' \in (\Delta)$ إذن المثلث $AA'H'$ متقايس الضلعين ، و منه

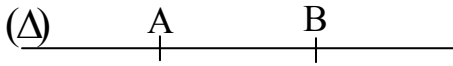
$$(1) \dots\dots\dots \widehat{A'H'H} = \widehat{H'H'A} \text{ : معناه } \widehat{A'H'A} \text{ منصف } [H'H] \text{ ينتج:}$$

$$(2) \dots\dots\dots 90^\circ = \widehat{HH'A'} + \widehat{A'H'B'} = \widehat{H'H'A} + \widehat{A'H'B}$$

$$\text{من (1) و (2) ينتج: } \widehat{A'H'B'} = \widehat{A'H'B}$$

إذن المثلثان $A'H'B'$ ، $AH'B$ متقايسان.

$$\text{لأن: } \widehat{A'H'B'} = \widehat{A'H'B} , H'B' = H'B , H'A' = H'A \text{ و ينتج من تقايسهما } A'B' = AB$$



الحالة الثانية: $[AB] \subset (\Delta)$

$[AB] \subset (\Delta)$ معناه أن نظيرة A بالنسبة لـ (Δ) هي A نفسها و نظيرة B بالنسبة لـ (Δ) هي B نفسها.

إذن $[AB]$ تقايس نفسها.

استخدام التناظر بالنسبة لنقطة

الحالة الأولى: $N \notin [AB]$.

$[AB]$ قطعة مستقيم للمستوى ، N نقطة كيفية تختلف عن $[AB]$ ، لننشئ $[A'B']$ التي تقايس $[AB]$.

الإششاء:

أنشئ A' نظيرة A بالنسبة لـ N .

أنشئ B' نظيرة B بالنسبة لـ N .

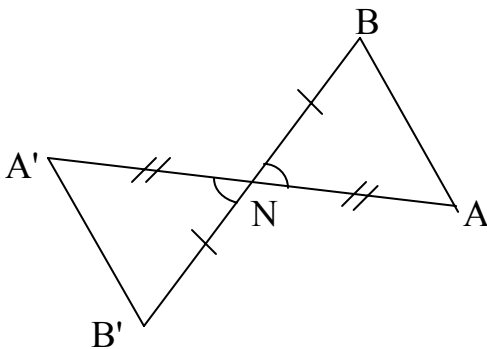
صل بين النقطتين A' ، B' فتحصل على: $AB = A'B'$ و منه تكون $[AB]$ تقايس $[A'B']$.

البرهان:

$$\text{المثلثان } A'NB' , ANB \text{ فيهما: } AN = A'N , NB = NB'$$

إذن هما متقايسان ، و ينتج من تقايسهما $A'B' = AB$

إذن $[A'B']$ تقايس $[AB]$.



الحالة الثانية: $N \in [AB]$

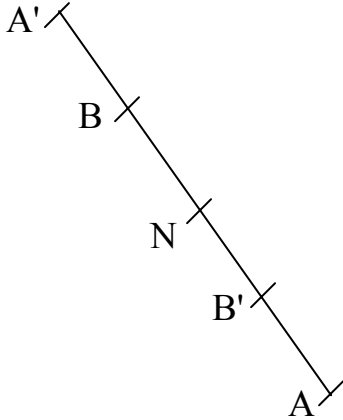
$[AB]$ قطعة مستقيم ، N نقطة من $[AB]$.

لنشئ القطعة $[A'B']$ التي تقايس $[AB]$.

أنشئ A' نظيرة A بالنسبة لـ N .

أنشئ B' نظيرة B بالنسبة لـ N .

صل بين A' ، B' فتكون $[A'B']$ تقايس $[AB]$.



البرهان:

(1)..... $NA' = NA$ (A' نظيرة A بالنسبة لـ N)

(2)..... $NB' = NB$ (B' نظيرة B بالنسبة لـ N)

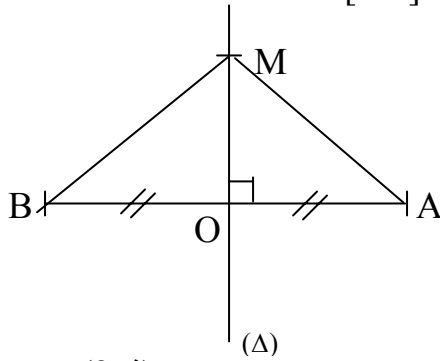
بجمع (1) و (2) نجد: $NA' + NB' = NA + NB$

و منه $AB = A'B'$ و بالتالي تكون $[A'B']$ تقايس $[AB]$.

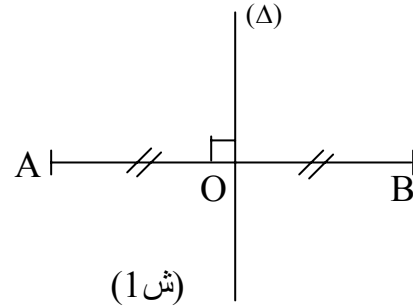
محور قطعة مستقيم:

محور قطعة مستقيم هو مستقيم عمودي على القطعة في منتصفها.

(Δ) محور $[AB]$ معناه (Δ) يعامد (AB) و O منتصف $[AB]$.



(ش2)



(ش1)

خاصية 1:

إذا انتمت نقطة إلى محور قطعة مستقيم فإنها متساوية المسافة عن طرفي هذه القطعة.

معطيات:

$M \in (\Delta)$

نتيجة: $MA = MB$

خاصية 2:

إذا كانت نقطة متساوية المسافة عن طرفي قطعة مستقيم فإن هذه النقطة تنتمي إلى محور هذه

القطعة.

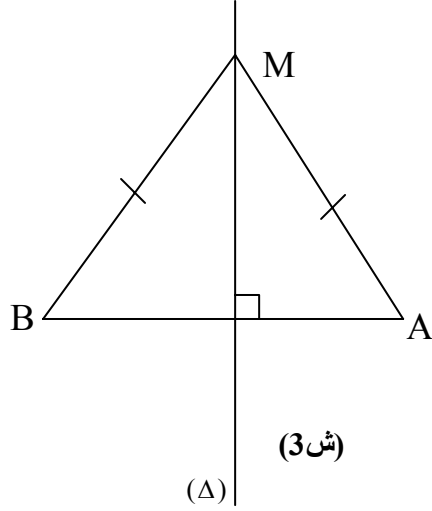
نتيجة:

النقطة M تنتمي إلى محور القطعة $[AB]$.

ملاحظة 1:

لاحظ الشكلين 1 ، 2 النقطتان A ، B متناظرتان بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

فالمستقيم (Δ) محور القطعة $[AB]$. (ش2)



حيث المستقيم (Δ) يشمل منتصف القطعة $[AB]$ و المستقيم (Δ) عمودي على $[AB]$

ملاحظة 2:

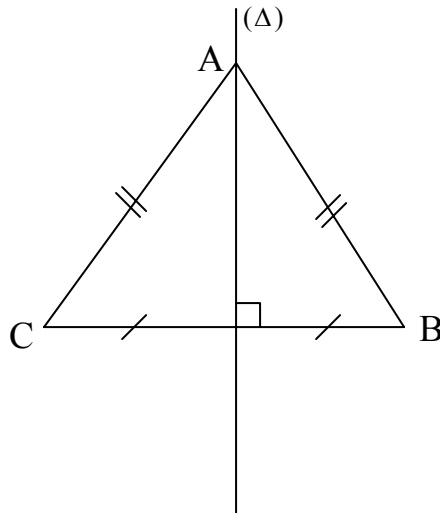
النقطتان A ، B متناظرتان بالنسبة إلى المستقيم (Δ) معناه (Δ) محور القطعة $[AB]$.
فكل نقطة من المستقيم (Δ) هي نظيرة نفسها بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

محاور تناظر الأشكال المألوفة

1- في المثلث المتساوي الساقين:

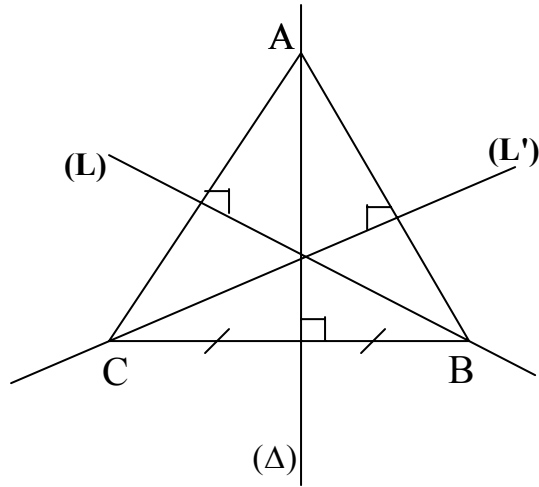
المستقيم (Δ) محور القاعدة $[BC]$ الرأسان: B ، C متناظران بالنسبة إلى (Δ) . الرأس A نظير نفسه بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

و منه المستقيم (Δ) محور القاعدة $[BC]$ ، و هو محور التناظر للمثلث المتساوي الساقين ABC .

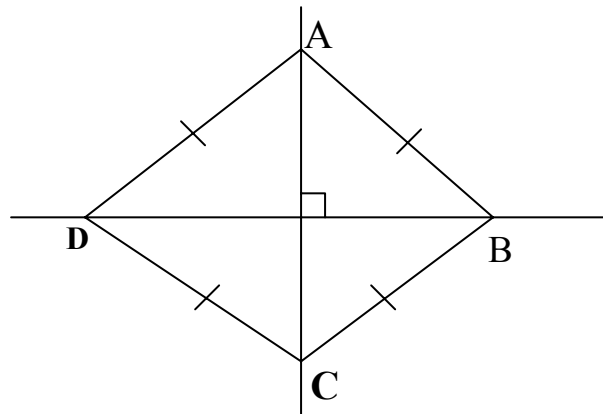


خلاصة: محور قاعدة مثلث متساوي الساقين هو محور تناظر له.

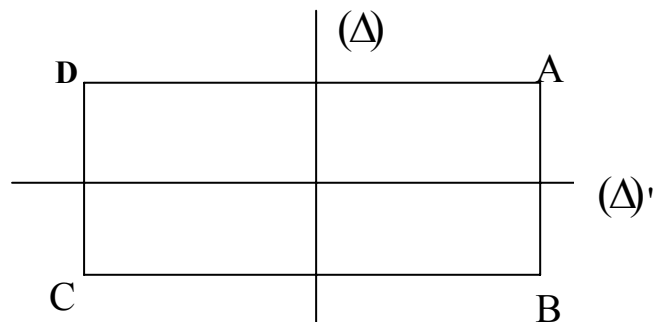
2- في المثلث المتقايس الأضلاع: محور أي ضلع في المثلث المتقايس الأضلاع ABC هو محور تناظر له .



3- في المعين: للمعين محورا تناظر، هما حاملتا القطرين.

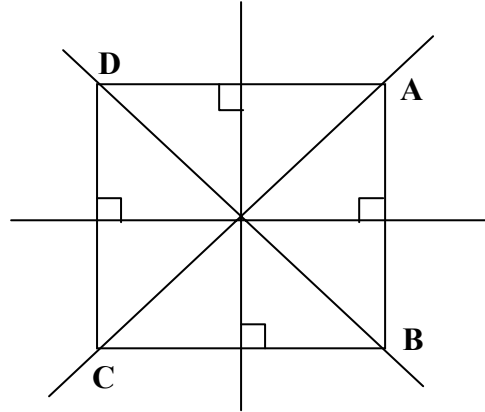


4- في المستطيل: للمستطيل محورا تناظرهما محورا ضلعين متتاليين.



5- في المربع:

للمربع أربعة محاور تناظر و هي حاملات القطرين و محورا ضلعين متتاليين



من محاور تناظر الأشكال المألوفة:

المعين ، المستطيل ، المربع ، نستنتج الخواص الآتية:

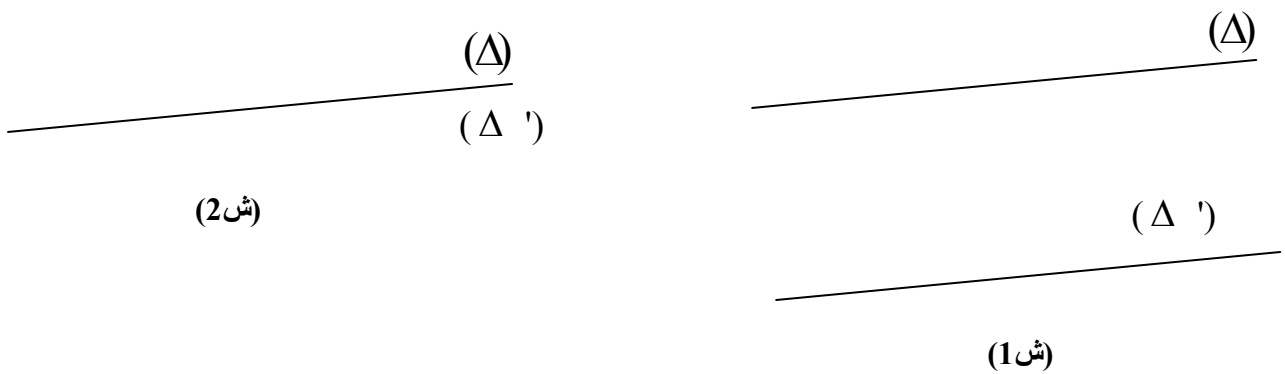
- 1- المربع هو متوازي أضلاع حيث أن: نقطة تقاطع قطريه هي مركز تناظر له.
 - 2- المربع هو معين حيث: حاملا قطريه متعامدان، و حامل كل قطر هو محور تناظر له.
 - 3- المربع هو مستطيل حيث: قطراه متقايسان و محور أي ضلع هو محور تناظر له.
- فالمربع إذن: هو معين و مستطيل.

الأوضاع النسبية لمستقيمين:

1) المستقيمان المتوازيان:

تعريف:

المستقيمان المتوازيان هما مستقيمان إما منفصلان و إما متطابقان.



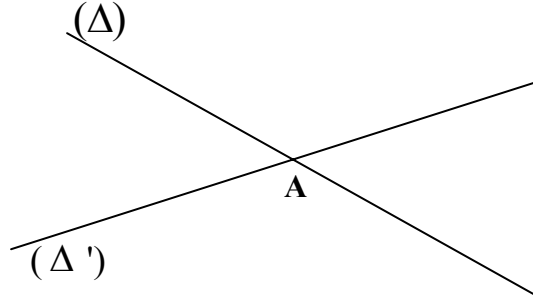
الشكل 1: (Δ) و (Δ') مستقيمان متوازيان تماما.

الشكل 2: نقول إن: (Δ') و (Δ) متطابقان.

(2) المستقيمان المتقاطعان:

تعريف:

المستقيمان المتقاطعان هما مستقيمان يشتركان في نقطة واحدة.



ش3

حالة خاصة:

المستقيمان المتعامدان:

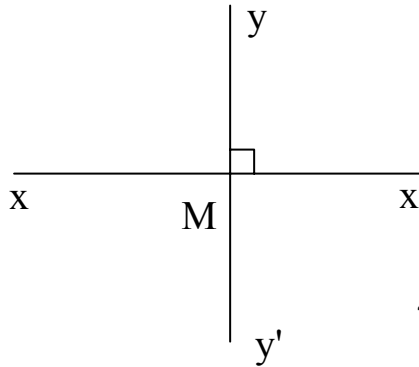
تعريف:

المستقيمان المتعامدان هما مستقيمان متقاطعان و يعينان زاوية قائمة (ش4) في الشكل (4)

المستقيمان (xx') ، (yy') متعامدان في النقطة M

نكتب: $(yy') \perp (xx')$

تعريف: المستقيمان المتعامدان هما مستقيمان متقاطعان يعينان زاوية قائمة.



ش4

$$[90^\circ = \widehat{x M y} \wedge \{ M \} = (xx') \cap (yy')] \Leftrightarrow [(xx') \perp (yy')]$$

1 - إنشاء مستقيم يعامد مستقيم معلوم و يشمل نقطة معلومة.

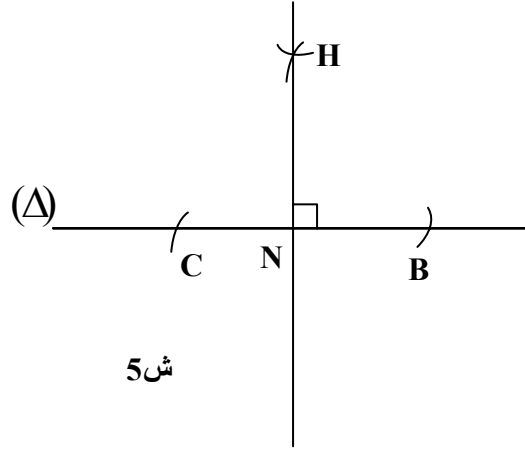
الطريقة الأولى:

(Δ) مستقيم ، N نقطة من المستوي.

الحالة الأولى: (Δ) $N \in$.

- نرسم قوس دائرة مركزها N تقطع (Δ) في النقطتين B ، C .
- نرسم قوس دائرة مركزها B و بنفس الفتحة للمدور نرسم قوس دائرة مركزها C تقطع القوس الأول في النقطة H.

فيكون: (Δ) \perp (HN)



الحالة الثانية: (Δ) $N \notin$.

- نرسم قوس دائرة مركزها N تقطع (Δ) في النقطتين B ، C بحيث R أكبر من البعد بين N والمستقيم (Δ).

- ننشئ منصف الزاوية \widehat{BNC} و ليكن Nx

فيكون: (Δ) \perp Nx

(ش 6)..... (Δ) \perp (Nx)

الطريقة الثانية: ($x y$) مستقيم ، N نقطة من المستوي و لا تنتمي إلى ($x y$).

- ننشئ قاطعا للمستقيم ($x y$) في B و يشمل N.

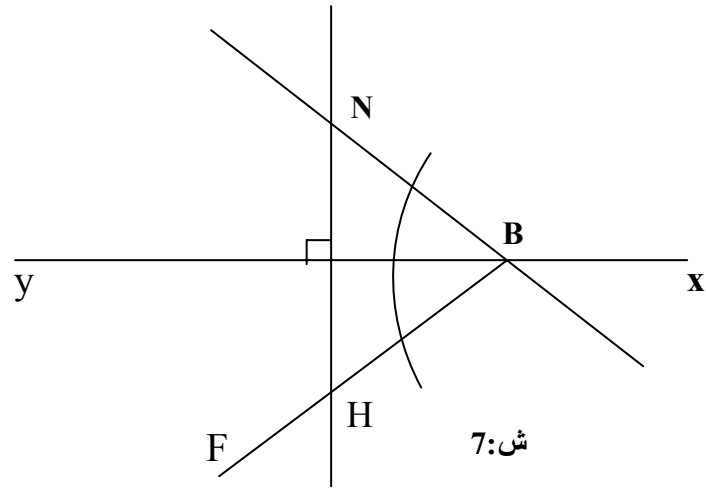
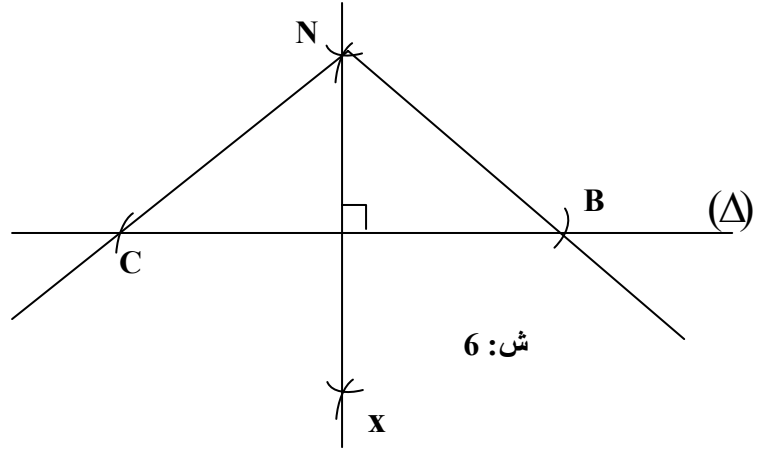
- ننشئ زاوية تقايس و تجاور الزاوية $\widehat{NB y}$.

و تقع في نصف المستوي الذي حده ($x y$) و لا يشمل N.

- نعين النقطة H بحيث: $B N = B H$.

و $H \in BF$

فيكون: ($H N$) \perp ($x y$)..... (ش 7)

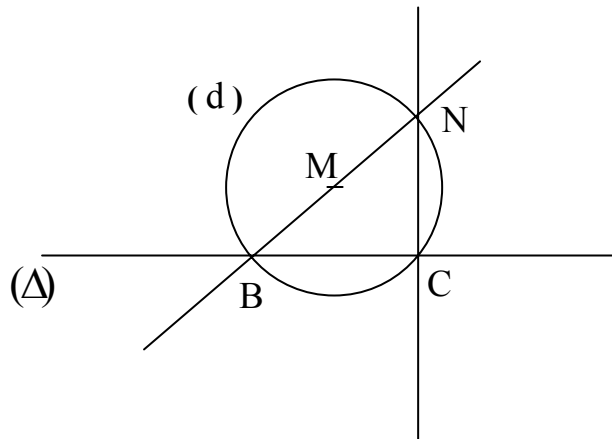


الطريقة الثالثة: (Δ) مستقيم ، N نقطة من المستوي و لا تنتمي إلى (Δ) .

- ننشئ قاطعا للمستقيم (Δ) في B و يشمل N .

- ننشئ الدائرة (d) إلى قطرها [BN] .

- نضع: $(\Delta) \cap (d) = \{B, C\}$ فيكون: $(\Delta) \perp (NC)$.

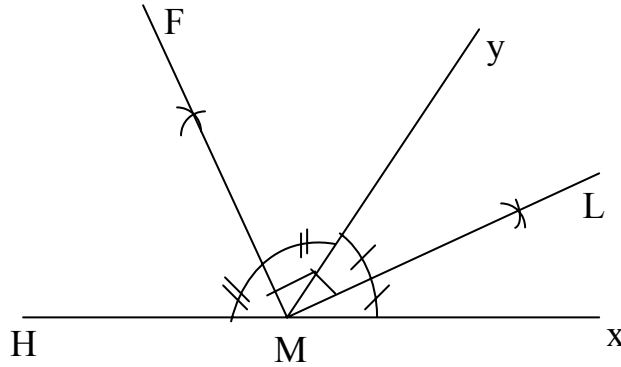


(2) إنشاء مستقيم يعامد مستقيم

الطريقة الأولى: منصف زاويتين متجاورتين و متكاملتين حاملهما متعامدان.

- ننشئ الزاويتين \widehat{xMy} ، \widehat{yMH} متجاورتين و متكاملتين.

- ننشئ $[ML]$ ، $[MF]$ منصف \widehat{xMy} ، \widehat{yMH} على التوالي فيكون $(ML) \perp (MF)$.

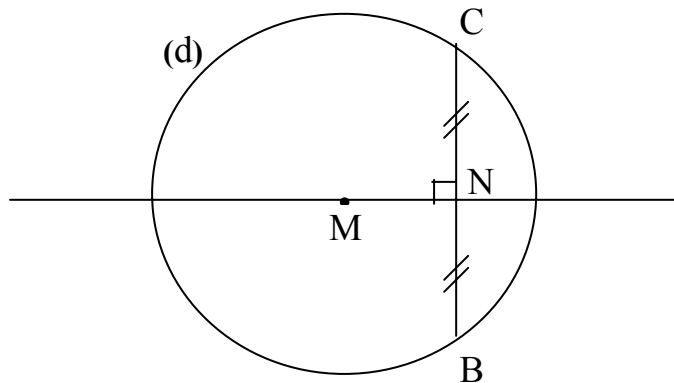


الطريقة الثانية: المستقيم الذي يشمل منتصف وتر دائرة مركزها \widehat{M} عمودي على حامل هذا الوتر.

- نرسم دائرة $d (M, R)$.

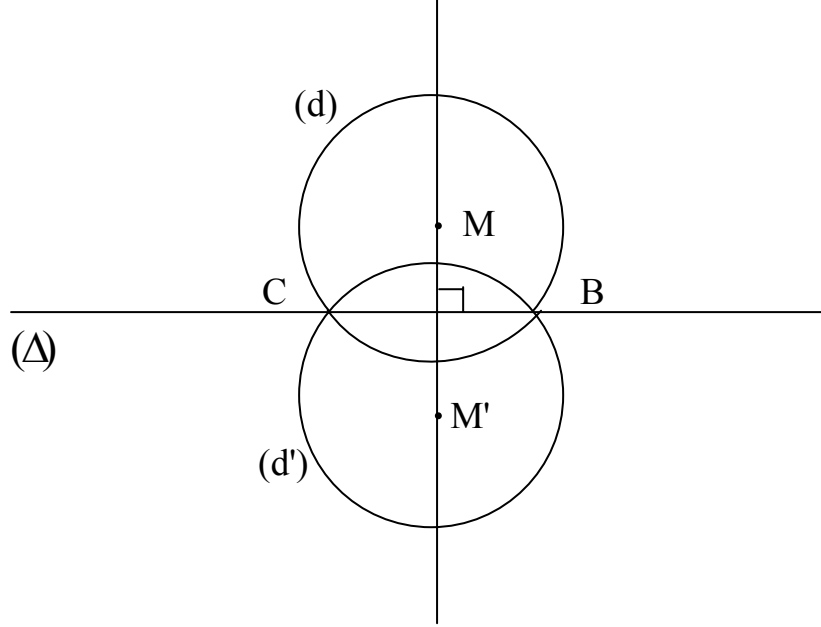
- نرسم وترها $[BC]$.

- نعين N منتصف الوتر $[BC]$ فيكون $(BC) \perp (MN)$.



الطريقة الثالثة: المستقيم الذي يشمل مركزي دائرتين متقاطعتين، عمودي على حامل الوتر المشترك لهما.

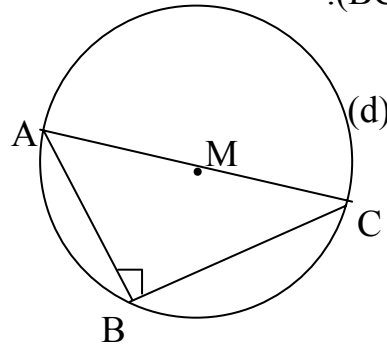
- نرسم دائرتين (d) ، (d') متقاطعتين في B ، C مركزيهما على الترتيب M ، M'.
- ننشئ الوتر [BC].
- نصل بين M ، M'.
- فيكون: $(MM') \perp [BC]$



الطريقة الرابعة: المثلث المرسوم داخل دائرة (أي محيطة به) و أحد أضلاعه قطر لها، حاملا ضلعا الأخران متعامدان.

- نرسم دائرة $d(M, R)$
- نعين نقطتان A ، C من (d) متقابلتان قطريا.
- نعين النقطة B من (d) تختلف عن A ، C .

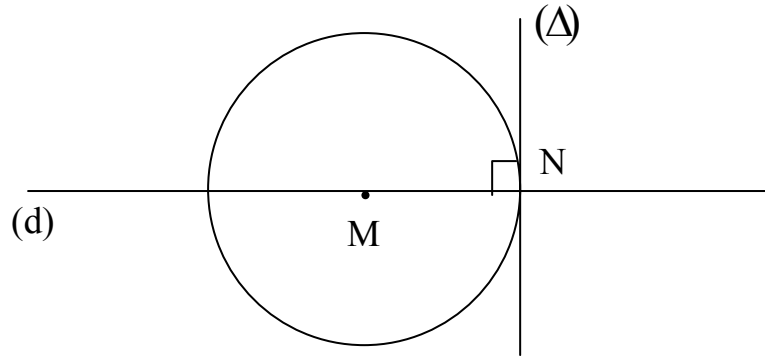
فيكون: $(BC) \perp (AB)$.



الطريق الخامسة: المماس في دائرة عمودي على حامل نصف القطر في نقطة التماس.

- نرسم دائرة (M, R) .
- نعين النقطة N من (d)
- ننشئ (Δ) مماس للدائرة (d) في N.

فيكون: $(\Delta) \perp (MN)$



تعريف: يكون المستقيمان متوازيين إذا لم يكونا متقاطعين فهما عندئذ إما منفصلين و إما متطابقين

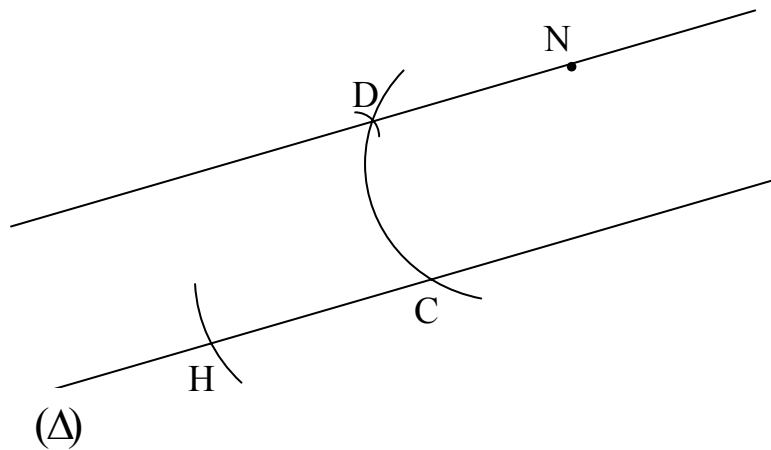
$$[(\Delta') // (\Delta)] \Leftrightarrow [(\Delta') \cap (\Delta) = \{ \} \text{ أو } (\Delta') = (\Delta)].$$

1- إنشاء مستقيم يوازي مستقيم معلوم و يشمل نقطة معلومة

- (Δ) مستقيم، N نقطة من المستوي.

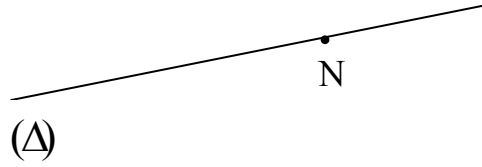
الحالة الأولى: $N \notin (\Delta)$.

- نرسم قوس دائرة مركزها N تقطع (Δ) في C.
- نرسم قوس دائرة مركزها C تقطع (Δ) في H بنفس الفتحة للمدور نرسم قوس دائرة مركزها H تقطع القوس الأولى في D.
- فيكون: $(ND) // (\Delta)$.



الحالة الثانية: $N \in (\Delta)$.

يكون في هذه الحالة المستقيم الذي يشمل N و يوازي (Δ) منطبقا عليه.



(2) إنشاء مستقيم يوازي مستقيم

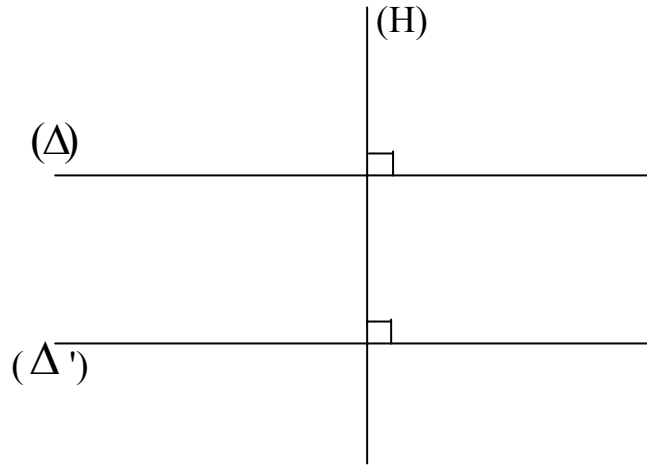
الطريقة الأولى: المستقيمان العموديان على نفس المستقيم متوازيان.

- ننشئ ثلاث مستقيمت:

(Δ) ، (Δ') ، (H) .

بحيث: $(H) \perp (\Delta)$ ، $(\Delta) \perp (H)$.

فيكون: $(\Delta) \parallel (\Delta')$.



الطريقة الثانية: المستقيمان المتناظران بالنسبة إلى نقطة متوازيان.

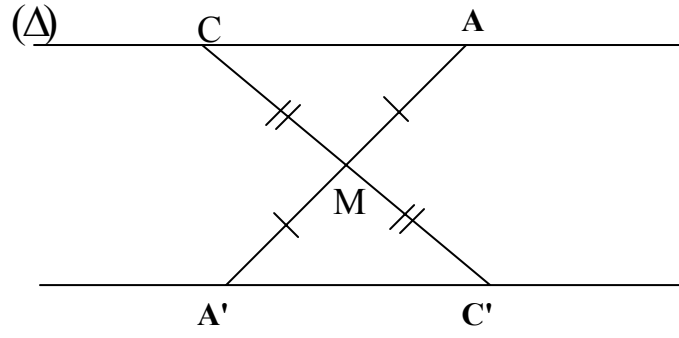
- نعين المستقيم (Δ) .

- نعين A ، C نقطتان منه.

- M نقطة من المستوي لا تنتمي إلى (Δ) .

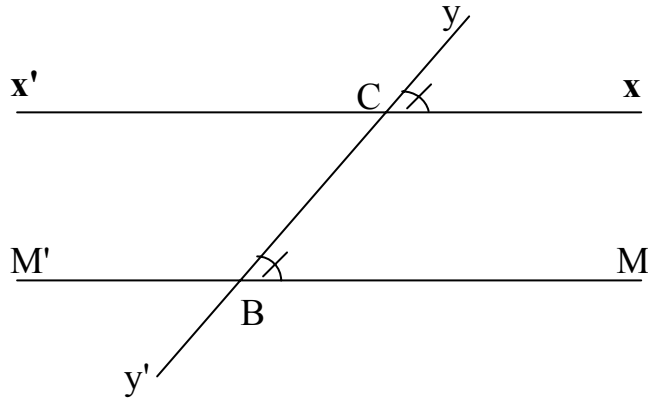
- نعين النقطتان A' ، C' نظيرتا A ، C بالنسبة إلى M على الترتيب.

فيكون: $(A'C') \parallel (\Delta)$.



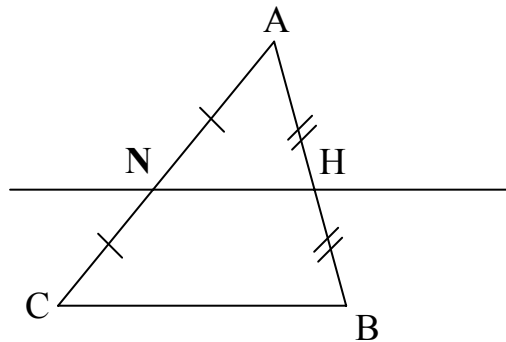
الطريقة الثالثة:

- ننشئ مستقيمين (xx') ، (yy') متقاطعان في النقطة C.
- نعين النقطة B من المستقيم (yy') و تختلف عن C.
- ننشئ الزاوية \widehat{MBY} التي تقايس الزاوية \widehat{xCy} و تقع معها في نفس نصف المستوي الذي حده (yy') .
- فيكون: $(xx') \parallel (BM)$.



الطريقة الرابعة: حامل القطعة التي طرفاها منتصفا ضلعين في مثلث يوازي حامل الضلع الثالث.

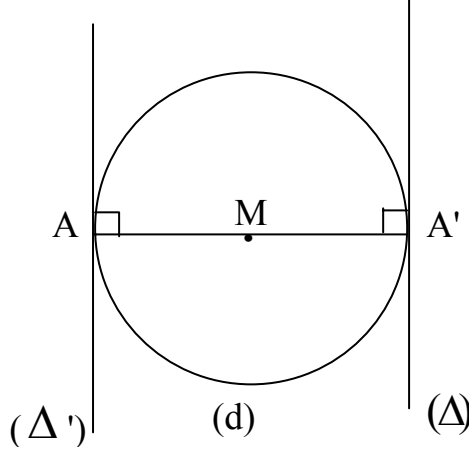
- ننشئ المثلث ABC.
- نعين H ، N منتصفا [BA] ، [AC] على الترتيب.
- فيكون: $(BC) \parallel (HN)$.



الطريقة الخامسة:

المماسان لدائرة في نقطتين متقابلتين قطريا متوازيان.

- ننشئ دائرة (d) مركزها M.
- نعين النقطتين A ، A' متقابلتين قطريا.
- (Δ) مماس للدائرة (d) في A' .
- (Δ') مماس للدائرة (d) في A.
- فيكون: (Δ) // (Δ').



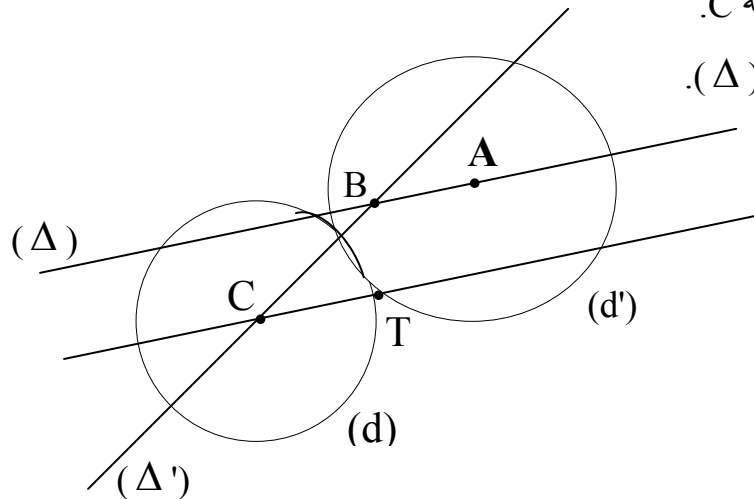
:

- نعين نقطتين A , B من المستقيم (Δ).
- ننشئ (Δ') قاطعا للمستقيم (Δ) في (B).
- ننشئ الدائرتين (d) ، (d') مراكزهما A , C على الترتيب، حيث النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ').
- ووصفا قطريهما [A B] ، [B C] على التوالي.

ويتقاطعان في نقطة T حيث تقع في نصف المستوى المحدود بالمستقيم (Δ).

والذي يشمل النقطة C.

فيكون: (Δ) // (TC).

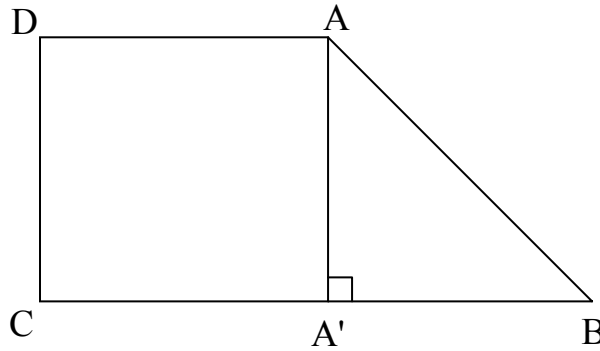


أنواع الرباعيات

1- شبه المنحرف

تعريف: شبه المنحرف هو رباعي فيه حاملًا ضلعين منه متوازيان و حاملًا الضلعين الآخرين غير متوازيين.

نسمي الضلعان اللذان حاملهما متوازيان قاعدتاه: $[DA]$ ، $[CB]$ قاعدتا شبه المنحرف $ABCD$.
نسمي الضلعان اللذان حاملهما غير متوازيين:
الضلعان الجانبيين. الضلعان $[DA]$ ، $[DC]$ جانبيين.
نسمي الطول AA' ارتفاع شبه المنحرف $ABCD$.



1) إنشاء شبه منحرف قائم إنطلاقاً من مثلث قائم

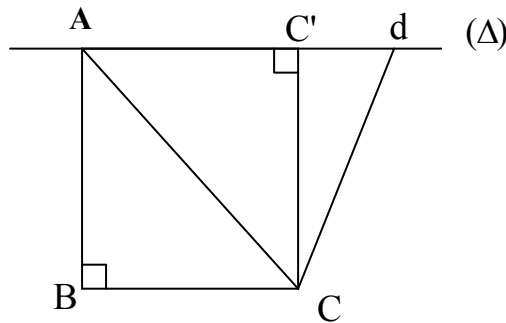
ABC مثلث قائم في B عين النقطة D من المستوي لا تنتمي إلى ABC أنشئ شبه منحرف $ABCD$ القائم في B .

الإثبات:

أرسم مثلث ABC قائم في B .

أرسم مستقيماً (Δ) يشمل A و يوازي (BC) ، عين نقطة d من (Δ) بحيث d تختلف عن المسقط العمودي للنقطة C على (Δ) .

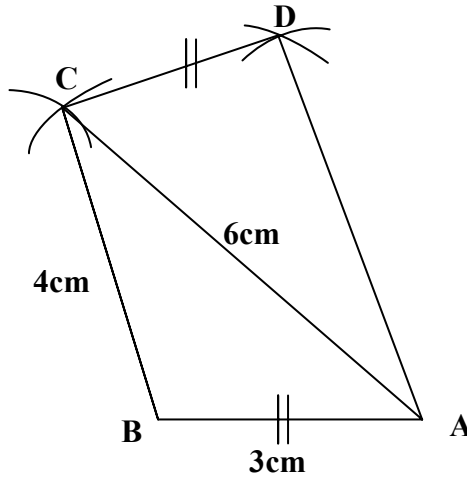
فينشأ شبه المنحرف القائم في B و هو $ABCD$.



(2) إنشاء شبه المنحرف المتقايس اضلعين علم أحد اقطاره و ضلع جانبي و قاعدة
 أنشئ شبه منحرف متقايس الضلعين طول ضلعه الجانبي 3cm وقاعدته الصغرى طوله 4cm
 و قطره 6cm .

الإشياء:

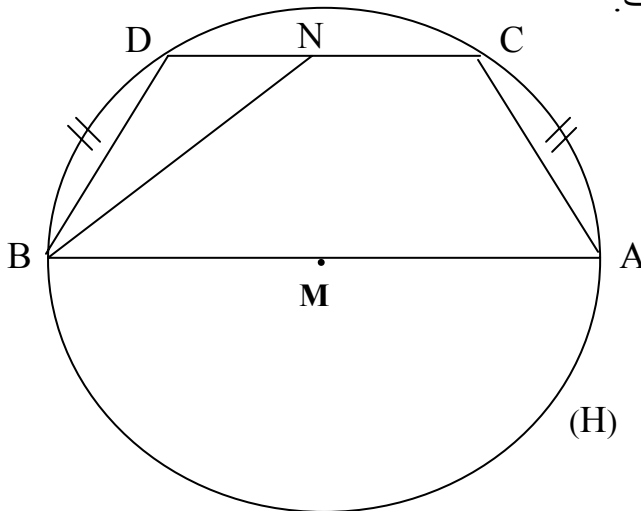
- أرسم مثلثا ABC حيث : أطوال أضلاعه هي:
 $BC=4cm, AB=3cm$ ، و قطره = 6cm .
- افتح فتحة المدور على طول [AC] و ارسم قوسا من دائرة مركزها B .
- افتح فتحة المدور على طول [AB] و ارسم قوسا من دائرة مركزها C نقطة تقاطع القوسين هي D .
 فينشأ شبه المنحرف المتقايس الضلعين ABCD .



(3) إنشاء شبه منحرف انطلاقا من دائرة

$H(M, \frac{AB}{2})$ دائرة ، $D \in (H)$ ، $C \in (H)$ بحيث: \widehat{AC} يقايس \widehat{BD} و النقطتان C ، D

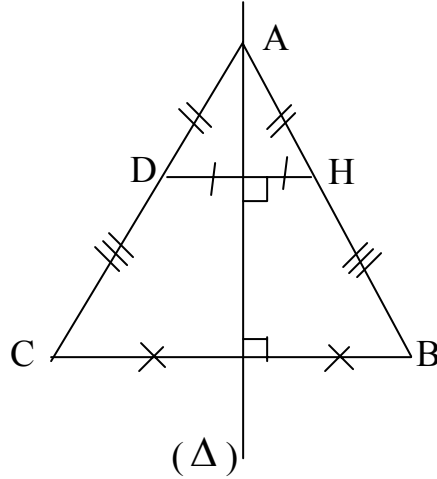
واقعتان C في نفس نصف المستوي المحدد بالمستقيم (AB) ، $N \in [CD]$ ،
 الرباعي ABCN هو شبه منحرف .



(4) إنشاء شبه منحرف متقايس الضلعين انطلاقا من مثلث متقايس الضلعين ABC مثلث متساوي الساقين قاعدته [CB].

(Δ) محور تناظر هذا المثلث.

[D \in] AB[نظيرة H بالنسبة إلى (Δ) فنحصل على] AB[.D \in] AB[الرباعي H DCB هو شبه منحرف متقايس الضلعين.

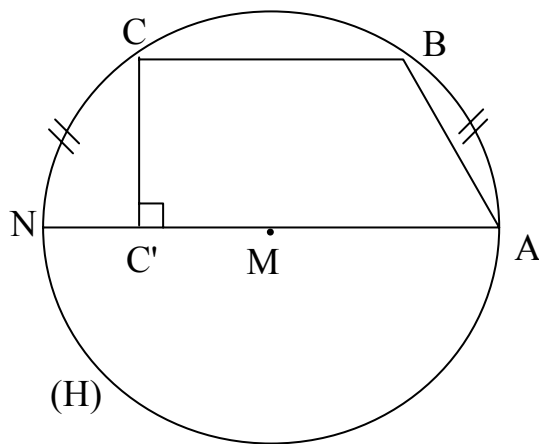


(5) إنشاء شبه منحرف قائم انطلاقا من دائرة

$H(\frac{AN}{2}, M)$ دائرة، $B \in (H)$ ، $C \in (H)$ بحيث: AB يقايس \widehat{NC} و النقطتان B، C

واقعتان في نفس نصف المستوي المحدد بالمستقيم (AN). النقطة C' هي المسقط العمودي للنقطة C على (AN).

الرباعي ABCC' هو شبه منحرف قائم في C'.



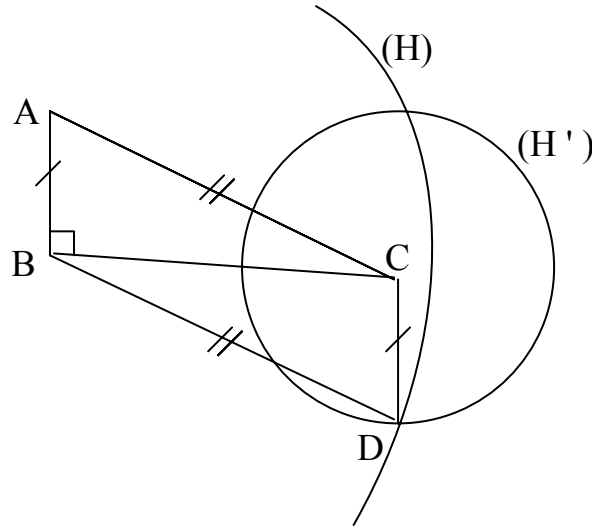
2) متوازيات الأضلاع

إنشاء متوازي الأضلاع انطلاقاً من مثلث قائم

ABC مثلث قائم في B.

الناتج من أحد الضلعين القائمين. $(H) \cap (H') = \{D\}$ دائرتان $H'(C, AB)$ ، $H(B, AC)$ بحيث يكون الضلع المشترك بين المثلثين

الرباعي ABDC متوازي الأضلاع.



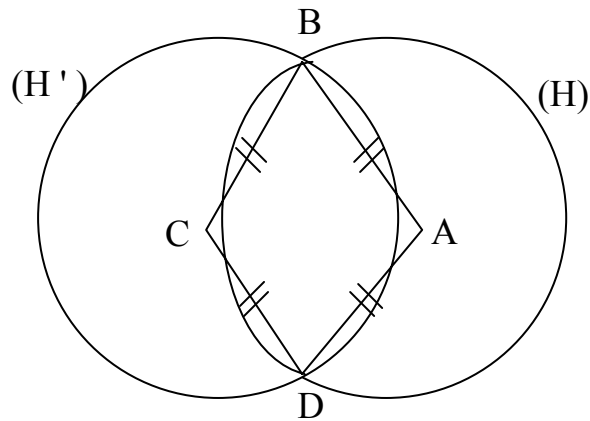
3) متوازي الأضلاع الخاصة

1- إنشاء معين انطلاقاً من نقطتين

A ، C نقطتان من المستوي $H(A, R)$ ، $H'(C, R)$. دائرتان متقايستان.

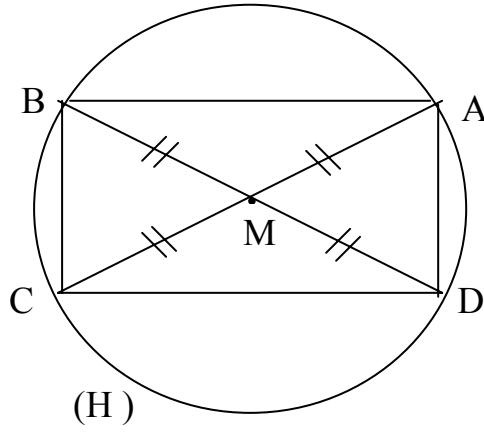
$(H) \cap (H') = \{B, D\}$

الرباعي ABCD هو معين.



2- إنشاء مستطيل انطلاقاً من دائرة

(AC) \perp (BD) : بحيث (H) قطران [BD] ، [AC] ، دائرة H(M,R)
 الرباعي ABCD هو مستطيل.



3- إنشاء مربع انطلاقا من دائرة

(AC) \perp (BD) : بحيث (H) قطران [BD] ، [AC] ، دائرة H(M,R)
 الرباعي ABCD هو مربع.

